

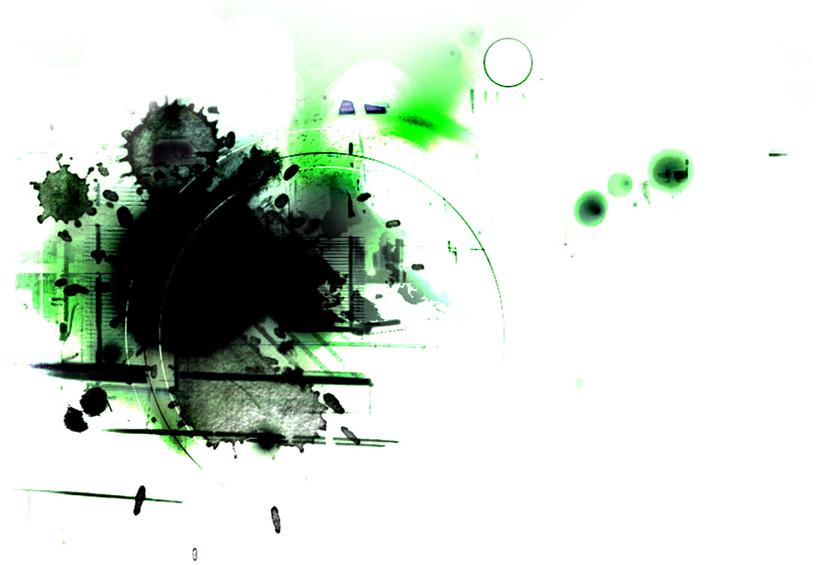
lektures<sup>v3.57</sup> **frakt.**

arte  
matematica  
natura

un seminario a cura di marco.infussi







### **Prefazione dell'autore**

*Dare una definizione soddisfacente di questi stranissimi enti matematici non è affatto facile: non ci è riuscito nemmeno il loro scopritore. Però l'impressione che si ha nell'osservarli è quella di una rivelazione, della transizione di una parte nell'altra, di fusione in un tutto. Si ha una sensazione di comprensione, di partecipazione ad un progetto più ampio a noi sconosciuto, del quale però per un attimo abbiamo afferrato il senso. È il fascino emanato dai frattali.*

*Questo breve saggio è nato come linea guida per un seminario che illustri alcuni collegamenti tra Arte, Natura e Matematica, con l'aggiunta di considerazioni personali (molte) e di una breve esposizione di alcuni miei lavori. Ho tenuto queste lezioni nell'ambito del progetto Artura, presso la scuola media di Alvito, e ringrazio per questa opportunità il mio amico architetto Giancarlo Canepa. Il corpo della trattazione è andato crescendo incorporando altre proposte e richieste derivate dal suo ipotetico utilizzo come percorso didattico al Liceo Martino Filetico di Ferentino e dalla sua esposizione in pubblico. È composto da una prima parte teorica, riguardante la storia e le peculiarità dei frattali, branca delle geometrie non-euclidee. Il secondo blocco comprende collegamenti con la storia e la filosofia dell'arte, e con varie scienze. Hanno infine trovato posto appunti e considerazioni sulle possibili velleità artistiche della materia trattata, e più in genere delle arti digitali, e sulla loro dignità come mezzo di espressione artistica.*

*Ho cercato di mettere in evidenza l'indissolubile legame tra scienza ed arte, posizione che continuo a sostenere anche se molti interlocutori si sono trovati in disaccordo. Il loro è solo un vecchio retaggio del tipo "genio ribelle", ma vi basti sapere che partono entrambe dagli stessi processi mentali di sogno. Einstein aveva sedici anni quando concepì la direzione nella quale avrebbe voluto ricercare: si chiese come avrebbe visto il mondo se avesse cavalcato un raggio di luce.*

*Lo stile della trattazione è snello, perché sono dell'idea che nessuno abbia bisogno di frequentare una scuola per fare, capire o godere dell'Arte e della Scienza. Il pubblico ha perdonato questo mio linguaggio semplice, che anzi è risultato divertente. Spero facciate lo stesso voi eventuali lettori. Spesso chi parla di Arte o di Scienza tende ad essere criptico, credendo che un lessico astruso doni autorevolezza. Io invece attribuisco maggiore importanza ai fini didattici, più che alla mia personale gloria. Accade anche che (e troverete esilaranti esempi) chi parla di Scienza non sia realmente competente in materia: si va avanti a slogan, si bandisce oggettività e lessico formalmente corretto, ma la matematica non è un'opinione. La Scienza presenta risultati concreti, univocamente interpretabili. Penso che invece, quando si parli di Arte, l'unico ad aver voce in capitolo sia l'autore stesso. È l'unico che davvero abbia notizia del processo che ha generato l'opera, perché quel processo coincide con la sua vita. Ecco perché nell'ultima parte ho voluto parlare con semplicità delle mie ricerche, anche se questa scelta può banalizzare il mio lavoro. Preferisco di nuovo far prevalere il fine didattico, contrariamente a tanti venditori di aria fritta.*

*Leggendo un po' tra le righe, saprete da dove vengono le opere che vi mostro, quali sono i tasselli che le compongono e soprattutto di cosa è fatta la vita della persona che ci è dietro. La grazia in un'opera è importante: è l'impressione che il lavoro non ci sia costato sforzo. Sfogliando le riviste di oggi, molte immagini provocano sconcerto e straniamento: angoli esagerati, obiettivi particolari, tecniche di camera oscura eccentriche rivelano il tentativo di sostituire allo sguardo la tecnologia e la sorpresa ad ogni costo. Non faccio affidamento su simili obiettivi. Il lavoro di veri artisti è riconoscibile per l'economia di mezzi e per un rapporto col soggetto apparentemente normale. Perché le immagini migliori ci sembrano non costruite? L'arte, per essere tale, deve in qualche modo ingannare: solo immagini che sembrano ottenute con facilità riescono a convincerci di come la bellezza sia un fatto comune.*

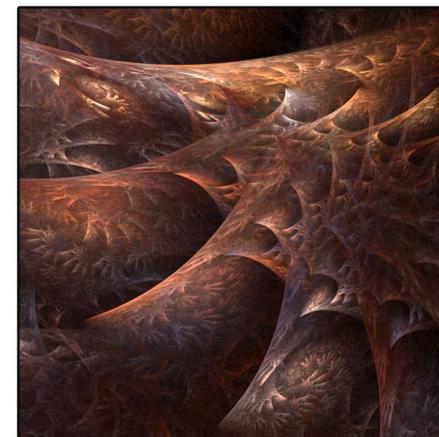
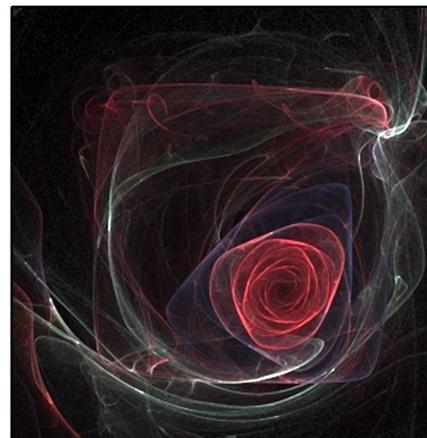
*Le considerazioni espresse (anche se spesso fuori tema!) contengono note riguardanti geometria descrittiva, architettura e disegno industriale, computer aided design, grafica 2d e 3d, biologia e genetica, scienze della terra ed astronomia, cristallografia, robotica, chimica e fisica, e servono a presentare alcune delle materie scolastiche in aspetti applicativi, insoliti o curiosi, in modo da stimolare l'immaginazione dei ragazzi che spesso le reputano inutili ai fini della loro esistenza. L'idea è far capire a chi vorrà proseguire i propri studi all'università in ambito scientifico, che i problemi da affrontare sono dei più vari ed affascinanti. Esempi tratti da storia e filosofia della scienza e dell'arte, sono mirati alla comprensione di come il vero pensatore abbracci tutto ciò che è l'uomo, senza suddivisioni formali come quelle delle stesse materie scolastiche. Il progresso è dovuto alla fusione nella storia dei più disparati saperi, mai disgiunti l'uno dall'altro.*

*Concludo. "Vivono oggi pittori e scultori che avrebbero onorato qualsiasi epoca. Se non chiediamo loro nulla di preciso, che diritto abbiamo di rimproverarli se la loro opera ci appare oscura e priva di senso? Il pubblico medio si è fatto l'idea che l'artista sia un produttore d'arte come più o meno il calzolaio lo è di scarpe. Si dovrebbero quindi produrre cose simili a quelle che sono già state etichettate*

in precedenza come opere d'arte. Si può comprendere questa vaga richiesta ma, ahimè, è proprio quanto l'artista non può fare. Ciò che è stato fatto anteriormente non costituisce più un problema: non vi è nulla che metta alla prova l'artista. L'unico compito che critici e raffinati additano all'artista è la creazione di un qualcosa di nuovo: se potessero concretizzare la loro idea, ogni opera rappresenterebbe un nuovo stile, una nuova teoria. Mancando fini più determinati, anche i più dotati tra gli artisti odierni sembrano talvolta arrendersi a queste imposizioni. Le soluzioni da loro avanzate per risolvere il problema dell'originalità sono talvolta acute e vivaci, ma alla lunga questa non è un'esigenza che valga la pena di soddisfare. Ecco la ragione ultima per cui gli artisti moderni si lasciano sedurre dalle più disparate teorie, vecchie e nuove, sulla natura dell'arte. Dire "l'arte è espressione", o "l'arte è costruzione", vale probabilmente quanto dire, all'antica, "l'arte è imitazione della natura". **Qualsiasi teoria, anche la più oscura, può contenere quel granello di sabbia che potrà originare la perla.**

Non c'è una cosa che si possa chiamare Arte. Vi sono gli artisti, uomini e donne che hanno il mirabile dono di equilibrare forme e colori fin quando non siano a posto, e cosa ancor più rara, che abbiano un'integrità di carattere tale da rifiutare ogni soluzione parziale, pronti a rinunciare a tutti i facili effetti e a ogni superficiale successo pur di affrontare il travaglio e la fatica necessaria ad un lavoro sincero."

Alla fine però resta la disillusione, tutto questo sembra una fatica di Sisifo. Nessuno fa le domande che in realtà vorrebbe fare, o alle quali si vorrebbe rispondere. Quelle più azzardate, varianti della domanda: c'è qualcosa che valga una vita?





## ***parte prima***

***molti fiori nascono per fiorire non visti,  
e disperdere la loro dolcezza nell'aria del deserto.***

**w:\> fraktals:. \_ v3.57**  
*un cuore matematico batte tra arte e natura*  
*breve trattato introduttivo con divagazioni sul tema*

a cura di Marco Infussi  
wet.graphics@tin.it



*... il libro della natura e' scritto in lingua matematica ed i suoi caratteri sono triangoli, cerchi ed altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile a intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto ...*

*Galileo Galilei - "Il Saggiatore"*

*... perchè la geometria viene spesso definita fredda e arida? Uno dei motivi è la sua incapacità di descrivere la forma di una nuvola, di una montagna, di una linea costiera, di un albero. Osservando la natura vediamo che le montagne non sono dei coni, le nuvole non sono delle sfere, le coste non sono cerchi, ma sono degli oggetti geometricamente molto complessi.*

*Benoit Mandelbrot - "Gli Oggetti Frattali"*

### Introduzione

Dalla fine del XIX secolo la scienza si è orientata verso lo studio di sistemi complessi: lo sviluppo eccezionale che hanno avuto la **teoria quantomeccanica** e quella della **relatività** è indice di come la ricerca, anche grazie a metodi matematici potentissimi e a livelli di astrazione mai raggiunti fino al XX secolo, non sia più legata all'immediata comprensibilità da parte dell'Uomo. Basti pensare che l'ultima frontiera della fisica, per quanto riguarda il problema dell'unificazione delle forze, sta cercando di provare che materia, energia, spazio e tempo siano generati dalle vibrazioni di **supercorde**, cioè oggetti indivisibili a 10 dimensioni.

Questo scenario può sembrare inquietante: in effetti ci troviamo in una situazione simile a quella che sconvolse i filosofi e li costrinse a **rinnegare Newton** quando egli tentò di abbandonare la metafisica, rinunciando a definire la forza gravitazionale, ma esprimendo solo i suoi effetti. Egli disse "*Hypotesis non fingo*", cioè, traducendo un po' liberamente, "non sono in grado di dirvi *che cos'è* la forza di gravità, ma posso dirvi come funziona, quali sono i suoi effetti, e posso darvi degli strumenti per prevederti". L'atteggiamento del fisico da allora è sempre lo stesso: non si è interessati all'intima essenza delle supercorde, ma si vuole da esse derivare una conoscenza unitaria dell'universo che ci circonda.

Nonostante i grandiosi progressi fatti, scoprire le leggi fondamentali e comprendere "in principio" la struttura del mondo non è più sufficiente. Sempre più importante diventa investigare le molteplici forme attraverso le quali si manifestano tali principi, stando attenti a non confondere la causa con l'effetto: **non è la natura che si deve adeguare alle leggi create dall'uomo per prevedere i probabili eventi; sono invece le leggi che devono diventare sempre più accurate nella descrizione di ogni tipo di fenomeno. Newton ha in verità creato un Universo parallelo a quello reale, un universo nel quale un corpo con una certa velocità iniziale, sul quale non agiscono forze, può muoversi di moto uniforme da qui all'infinito. Nulla di tutto ciò corrisponde alla realtà: nell'universo reale sono presenti infiniti elementi "perturbatori", il che lo rende fundamentalmente diverso dall'universo newtoniano. Un minimo errore nella determinazione delle condizioni iniziali, può, alla lunga, determinare un errore non trascurabile (effetto farfalla).**

Nella ricerca della conoscenza quindi, ci si dovrà sempre limitare ad un'approssimazione. Queste problematiche hanno dato l'avvio allo studio del "**caos deterministico**", cioè di situazioni di disordine create ad hoc, ottenute da processi matematico-fisici. Gli studi a proposito sono ancora in grande sviluppo e i frattali si inseriscono prepotentemente in questa nuova branca della matematica.

I frattali erano già stati studiati per le loro proprietà topologiche da **Julia negli anni '20**, ma non erano mai stati visualizzati graficamente, né si sapeva come potesse essere la forma del "bacino di attrazione" di una funzione che veniva continuamente iterata con se stessa. Tutto quello che è mancato a Julia è stata la capacità di calcolo che ha invece avuto **B. B. Mandelbrot negli anni '80** al centro "T. J. Watson" della IBM: **si riuscì a visualizzare un solo frattale**, ma questo piccolo passo aprì la strada allo studio dei frattali biomorfi, cioè simili ad oggetti presenti in natura. Con il pronosticato sviluppo esponenziale della capacità

di calcolo, si potranno creare figure frattali che avranno la stessa valenza matematica del segno che si utilizza per rappresentare una retta. **Il computer si sostituisce quindi alla matita, non alla mente, che è l'unico mezzo in grado di fare della matematica.**

Lo studio della geometria frattale sembra quasi svelare un progetto segreto che un'entità superiore abbia realizzato per via matematica, creando la Natura, ma non forniscono una risposta a tutte le domande. **I frattali possono essere utilizzati per instaurare analogie, non per modellizzare alla perfezione sistemi complessi come possono essere quelli organici.**

La Scienza ha ormai bisogno di un **nuovo linguaggio**, fatto di analogie e metafore, adatto ad esprimere l'incomprensibile per la mente umana. **Non viviamo più nell'universo liscio di Newton**, ma nell'Universo delle iperconnessioni, della pluridimensionalità e della relatività, che lo rendono piegato e rugoso. Forse non è facile accettare una situazione come questa dopo tre secoli nei quali l'universo ci è parso così semplice e sicuro, illuminato dalla rassicurante presenza del buon Isaac e dei suoi bernoccoli.

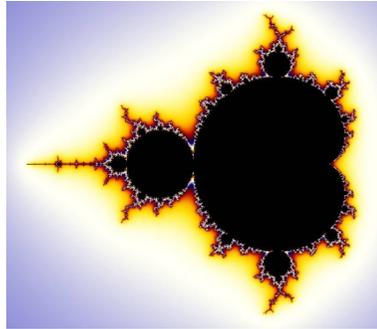
Questo non implica però dimenticarci del suo ruolo e cancellare gli sforzi di tutti i pensatori del passato. Egli stesso disse: "If I have seen further than others, it is by standing upon the shoulders of giants" ("Se sono riuscito a vedere più lontano degli altri, era perché sedevo sulle spalle dei giganti - del passato - ").



## Eadem Mutata Resurgo

"Why is geometry often described as 'cold' and 'dry'? One reason lies in its inability to describe the shape of a cloud, a mountain, a coastline or a tree. Clouds are not spheres, mountains are not cones, coastlines are not circles, and bark is not smooth, nor does lightning travel in a straight line".

Benoit B. Mandelbrot



Così Mandelbrot, padre fondatore della teoria dei frattali e inventore del famoso insieme che porta il suo nome rappresentato in figura, nel suo libro *The Fractal Geometry of Nature* descrive l'inadeguatezza della geometria euclidea nella descrizione della natura.

In geometria un punto non ha dimensioni: non ha lunghezza, larghezza, altezza o profondità. Una linea invece ha una dimensione: la sua lunghezza. Un piano è bidimensionale, poiché si estende in lunghezza e larghezza. Un cubo ha tre dimensioni: lunghezza, larghezza, altezza. Da quando Einstein ha messo a punto la teoria della relatività, sappiamo di vivere in un continuum spazio-temporale che ha dimensione quattro: la quarta dimensione è il tempo. Questi sono i concetti di dimensioni topologiche o euclidee.

**Un frattale ha invece dimensione non intera.**

Una **dimensione frazionaria non è concepibile all'interno della geometria euclidea**, che incorpora la **geometria piana** [basata su definizioni ed assiomi descritti da Euclide (330 - 275 a.C.) nel suo trattato "Elementi"], **solida** [sviluppata da Archimede (287 - 221 a.C.) e da Apollonio (260 - 200 a.C.) per quanto riguarda le sezioni coniche], la **trigonometria** [creata da Ipparco da Nicea (morto dopo il 127 a.C.) per risolvere calcoli per l'astronomia], la **geometria descrittiva, proiettiva** [in uso tra il XV ed il XVI secolo da Leon Battista Alberti (1404 - 1472) e poi dal francese Desargues (1591 - 1661)], **analitica** [inventata da René Descartes (1596-1650), che lavora in un sistema di coordinate, il piano cartesiano, trasformando problemi geometrici in algebrici, quindi in sistemi di equazioni con più variabili], **differenziale** [dal XVIII secolo] e **vettoriale** [nella quale sono in gioco quantità con modulo e verso, conosciuta fin da Aristotele e Simon Stevino (1580), nell'accezione moderna dal XIX secolo]. Le **geometrie non euclidee** sono quella **iperbolica** [creata indipendentemente da Nicolai Lobachevski (1792-1856) e János Bolyai (1802 - 1860), per la quale non vale il postulato euclideo delle parallele, affermando che attraverso un punto fuori da una data linea retta passa più di una linea non intersecante la retta data], quella **ellittica** [creata da Bernhard Riemann (1820 - 1866) per la quale due linee parallele si incontrano all'infinito], la **topologia** [nata per opera dell'astronomo Augustus Mobius (1790 - 1868), David Hilbert (1862 - 1943), Oswald Veblen (1880 - 1966) and Henry Whitehead (1904 - 1960), ha a che fare con oggetti le cui proprietà non vengono alterate da deformazioni continue] e quella **frattale** [Gaston Julia (1893 - 1978) e Benoît Mandelbrot].

## Cos'è un frattale?

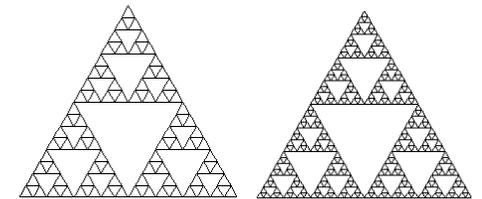
Un frattale è un oggetto che mostra una auto-somiglianza a diverse scale dimensionali. Se zoomiamo su ogni porzione dell'oggetto frattale, notiamo che la sezione ottenuta dall'ingrandimento è una versione rimpicciolita di quella iniziale. Altro aspetto importante è che il frattale ha dimensione frazionaria. Invece



di essere monodimensionale, bidimensionale, tridimensionale, i frattali hanno dimensioni che non rientrano in questa concezione. Raramente la dimensione di un frattale può essere espressa da un numero intero, e questo è precisamente quello che si nasconde dietro il loro nome. Il **primo oggetto frattale**

**puro della storia, la polvere di Cantor**, fu descritto dal matematico tedesco Georg Cantor attorno al 1872. Si parte con un segmento, lo si divide in tre segmenti uguali più piccoli e si elimina quello centrale, ripetendo il processo in maniera indefinita. Si ottiene una figura molto semplice, che contiene gli attributi di cui sopra: autosomiglianza a tutte le scale e dimensione frazionaria, con un valore pari a circa 0.630929753571457437099527114 (più precisamente,  $\log 2 / \log 3$ ).

Notiamo quindi che l'altra caratteristica dei frattali è che **sono prodotti per iterazione**, processo di feedback (retroazione) che si ripete un numero  $n$  di volte. Si calcola il valore di una certa funzione in un punto, si prende il risultato (quindi l'uscita) e lo si assegna nella stessa funzione come nuovo punto dal quale calcolare l'uscita. L'operazione va ripetuta, a volte anche all'infinito, e diventa iterazione. Con lo stesso tipo di procedimento possiamo costruire il **triangolo di Sierpinski**, una figura inventata dal matematico polacco Waclaw Sierpinski nel 1915. Partiamo con un triangolo equilatero. Al suo interno, disegniamo un piccolo triangolo equilatero con gli angoli sui punti mediani dei lati del triangolo più grande. Abbiamo nel triangolo grande iniziale tre triangoli equilateri simili. Ripetendo in maniera iterativa il processo per ogni nuovo triangolo, risulterà il triangolo di Sierpinski, o "gasket".



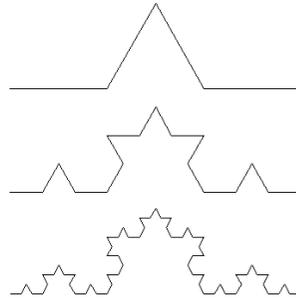
Se dividiamo un oggetto monodimensionale (linea)

in due parti uguali, otteniamo due versioni rimpicciolite dello stesso oggetto. Se l'oggetto è bidimensionale, viene diviso in quattro parti. Un oggetto tridimensionale viene diviso in otto parti. Questa duplicazione geometrica funziona come una crescita esponenziale, con esponente pari al numero di dimensioni dell'oggetto di partenza. Se facciamo la stessa cosa con un triangolo di Sierpinski otteniamo tre copie (poiché la porzione centrale non appartiene alla figura). Dovremmo quindi ottenere  $3=2^2$ . Il triangolo di Sierpinski non è allora monodimensionale, poiché  $3 > 2$ , ma nemmeno bidimensionale, poiché  $3 < 4$ . La sua dimensione risiede tra 1 e 2, ed è circa 1.58496250072115618145373894395.

La dimensione frattale  $D$  per una figura lineare è definita come:  $D = [\log(L2/L1)] / [\log (S1/S2)]$  quando  $s$  tende a zero, con  $L1$  ed  $L2$  lunghezze misurate sulla curva (esprese in numero di unità),  $S1$  e  $S2$  la

grandezza (scala) delle unità utilizzate. Quando applicata alle figure lineari classiche la formula si semplifica e si ottiene  $D=1$ . La dimensione frattale è in genere chiamata la dimensione di Hausdorff-Besicovitch.

La caratteristica di queste figure, dalla quale deriva il loro nome, è che, sebbene esse possano essere rappresentate (se non si pretende di rappresentare infinite iterazioni) in uno spazio convenzionale a due o tre dimensioni, la loro dimensione non è intera. La lunghezza di un frattale "piano" non può essere misurata in maniera definita, ma dipende strettamente dal numero di iterazioni al quale si sottopone la figura iniziale. Altri frattali possono essere creati da computer attraverso l'uso di basi numeriche non decimali. Consideriamo per esempio la **curva di Von Koch** (in figura), nata come esempio di curva priva di tangente in alcun punto. Se utilizziamo questa formula per calcolare la dimensione del fiocco di neve di Von Koch otteniamo che, utilizzando come unità un segmento lungo  $L/3$ , la lunghezza della curva è moltiplicata per 4 ed il rapporto  $\log(4)/\log(3)=1.261859507143$  è la dimensione frattale della curva. Questo mostra di nuovo che la dimensione delle curve frattali è maggiore di 1 (per le curve  $1 < D < 2$ , per le superfici  $2 < D < 3$ ). La definizione più semplice e intuitiva di frattale lo descrive quindi come la **figura geometrica in cui un motivo identico si ripete su scala continuamente ridotta**. Questo significa che ingrandendo la figura si otterranno forme ricorrenti e ad ogni ingrandimento essa rivelerà nuovi dettagli. Contrariamente a qualsiasi altra figura geometrica un frattale invece di perdere dettaglio quando è ingrandito, si arricchisce di nuovi particolari. Il termine frattale fu coniato da Mandelbrot e ha origine nel termine latino *fractus* (riferito al fatto che la dimensione di un frattale non è intera). L'atteggiamento corrente è quello di considerare frattale un insieme  $F$  che abbia proprietà *simili* alle quattro elencate qui di seguito:



1. **Autosimilarità:**  $F$  è unione di un numero di parti che, ingrandite di un certo fattore, riproducono tutto  $F$ ; in altri termini  $F$  è unione di copie di se stesso a scale differenti.
2. **Struttura fine:**  $F$  rivela dettagli ad ogni ingrandimento.
3. **Irregolarità:**  $F$  non si può descrivere come luogo di punti che soddisfano semplici condizioni geometriche o analitiche. (la funzione è ricorsiva:  $F = \{Z \mid Z = f(f(f(\dots)))\}$ )
4. **Dimensioni di autosimilarità > della dimensione topologica**

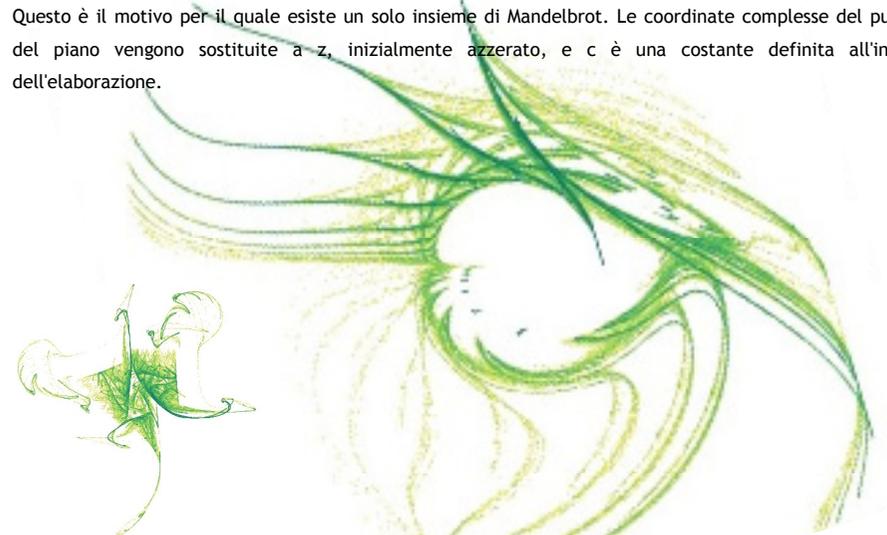
I **frattali Julia e Mandelbrot** possono essere rappresentati nel piano di Argand-Gauss, facendo quindi uso della matematica dei numeri complessi. Per generarli si può utilizzare la funzione  $f(z): Z = z^2 + c$ , nella quale per ogni iterazione,  $z$  assume il valore di  $Z$  ottenuto nell'iterazione precedente. I due set differiscono in realtà solo per il valore dato a  $c$ .

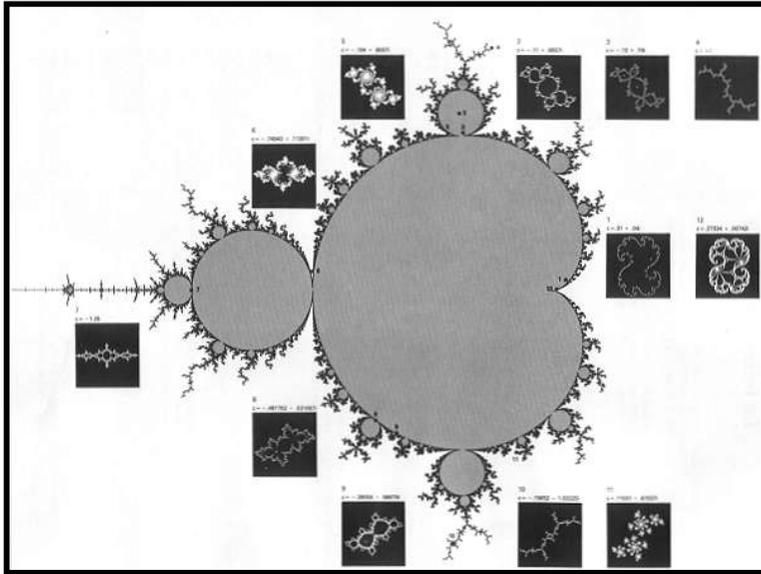
È questa formulazione che genera l'*indefinitezza*, ovvero la possibilità di iterare virtualmente all'infinito per ciascun punto prima di passare al successivo, che è una delle caratteristiche peculiari di tali costruzioni matematiche. Quindi, per "disegnare" un frattale attraverso un elaboratore, è necessario precisare il numero massimo di iterazioni: un tempo finito non basterebbe per calcolare infinite iterazioni su un singolo punto del frattale.

Dalla determinazione delle condizioni di partenza, dipendono le differenze tra gli insiemi di Julia e l'insieme di Mandelbrot. È necessario un esempio. L'insieme di Mandelbrot si presenta come un otto disposto in orizzontale sfrangiato e simmetrico rispetto all'asse delle ascisse.

1. Si supponga di considerare una piccola porzione attorno all'origine di un piano complesso di intervallo  $(-2, -2) - (2, 2)$ .
2. Si sostituiscano, per ogni punto considerato, le corrispondenti coordinate complesse al termine noto  $c$ , nell'equazione  $Z = z^2 + c$ , ponendo inizialmente  $z = 0 + 0*j = 0$ .
3. Si calcoli il valore di  $Z$ .
4. Se si trova che la distanza di  $Z$  dall'origine è maggiore di due, si salti al passo 6. Per calcolare tale distanza, si adotta il teorema di Pitagora nel seguente modo: dato  $Z = a + b*j$ , il quadrato della distanza  $d$  dall'origine sarà  $d^2 = a^2 + b^2$ .
5. Si incrementi di 1 un contatore e si torni al passo 3 se il contatore ha un valore inferiore al numero di iterazioni massime prefissato, dopo aver posto  $z = Z$ .
6. Si colori il punto di un colore diverso a seconda del valore del contatore.
7. Si azzeri il contatore e si ritorni al passo 2, per calcolare il colore del prossimo punto.
8. Il procedimento avrà termine quando tutti i punti interessati saranno stati processati nel suddetto modo.

Questo è il motivo per il quale esiste un solo insieme di Mandelbrot. Le coordinate complesse del punto del piano vengono sostituite a  $z$ , inizialmente azzerato, e  $c$  è una costante definita all'inizio dell'elaborazione.





I principi di determinazione dei frattali della famiglia di *Julia* si presentano molto diversamente a seconda della scelta del termine noto  $c$ .

1. Si supponga considerare una piccola porzione attorno all'origine di un piano complesso di intervallo  $(-2, -2) - (2, 2)$ .
2. Si scelga un binomio complesso  $c$  assegnando valori del tutto arbitrari alla parte reale ad alla parte immaginaria.
3. Si sostituiscano, per ogni punto considerato, le corrispondenti coordinate complesse alla variabile  $z$ , nell'equazione  $Z = z^2 + c$ .
4. Si calcoli il valore di  $Z$ .
5. Se si trova che la distanza di  $Z$  dall'origine è maggiore di due, si salti al passo 7. Per calcolare tale distanza, si adotta il teorema di Pitagora come spiegato sopra.
6. Si incrementi altrimenti di 1 un contatore e si torni al passo 4 se il contatore ha un valore inferiore al numero di iterazioni massime prefissato, dopo aver posto  $z = Z$ .
7. Si colori il punto di un colore diverso a seconda del valore del contatore.
8. Si azzeri il contatore e si ritorni al passo 3 per calcolare il colore del prossimo punto.
9. Il procedimento avrà termine quando tutti i punti interessati saranno stati processati nel suddetto modo.

Vi sono quindi infiniti insiemi di Julia, (in figura sono quelli contenuti nei quadrati, in corrispondenza di vari punti dell'insieme di Mandelbrot), poiché la scelta di  $c$ , al quale vengono sostituite le coordinate complesse dei punti del piano, non deve sottostare a nessuna restrizione.

## Biografie



**Benoit B. Mandelbrot (1924 - )**

Nato a Varsavia nel 1924, ha studiato alla *Ecole Polytechnique* di Parigi, al *California Institute of Technology* e all'università di Parigi, dove si è laureato in matematica nel '52.

E' poi diventato professore di matematica applicata all'università di Harvard, professore di scienze matematiche all'università di Yale e ricercatore all' *IBM T.J. Watson Research Center*.

Nel 1982 pubblica *The Fractal Geometry Of Nature*, l'opera fondamentale e fondatrice della geometria frattale.



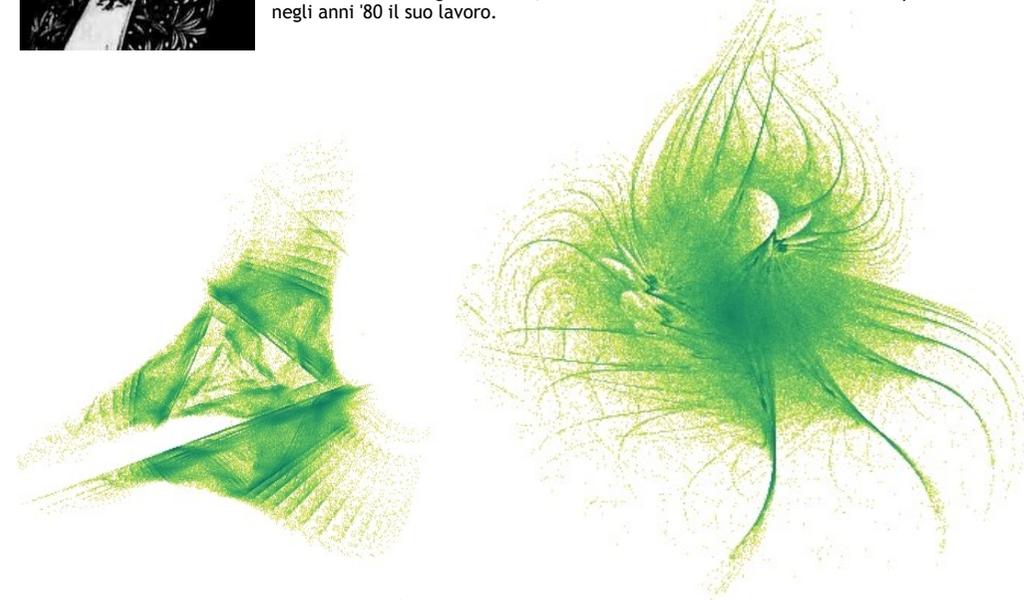
**Gaston Julia (1893 - 1978)**

Nato a Sidi Bel Abbès, Algeria.

Alla giovane età di 25 anni pubblicò il suo capolavoro *Mémoire sur l'iteration des fonctions rationnelles* che lo rese famoso e per il quale ricevette il *Grand Prix de l'Academie des Sciences*.

Ferito durante la prima guerra mondiale, Julia perse il naso. Più avanti diventò professore alla *Ecole Polytechnique* a Parigi.

Benché famoso negli anni '20, fu dimenticato finché Mandelbrot riscoprì negli anni '80 il suo lavoro.





# 2

capitolo secondo

### Qualche semplicistica formula matematica

Una ragazza una volta, credendo di far cosa gradita, mi regalò un saggio scientifico sul teorema di Fermat, che era stato appena dimostrato dopo più di trecento anni di assoluto mistero. Le dissi che ero contentissimo e che l'avrei divorato, ma avrei detto qualcosa di diverso se avessi saputo cosa mi aspettava. Dopo una giornata estenuante, pagina 321, l'epilogo. Ultime pagine di supplizio, dopo ben sette capitoli a girare in torno al tema. Ma questa benedetta dimostrazione dov'era?! Speranzoso corro all'appendice, ormai stanco delle elucubrazioni dell'autore. Nulla. Più che una beffa, quel libro mi sembrò una truffa. Da quel momento promisi alla mia scrivania, grande compagna d'avventure, che se mai avessi scritto un qualche saggio scientifico sarei stato breve (anche se questo proprio breve non è...), avrei usato un linguaggio colloquiale e poco fumoso, ma soprattutto avrei scritto delle formule, per donare al testo almeno un po' di sapore matematico. Chi legge, se ha voglia, deve aver la possibilità di capirci davvero qualcosa.

Il sapere matematico è fatto di conseguenze: per arrivare alle grandi costruzioni bisogna mettere insieme un certo numero di mattoncini, che sono sempre semplici e comprensibili. Magari ci vuole un po' di tempo per rifletterci su, ma afferrato il concetto nulla può impedirti di salire al gradino successivo di conoscenza. Quindi, se non amate i dettagli tecnici, potete saltare di sana pianta questo capitolo.

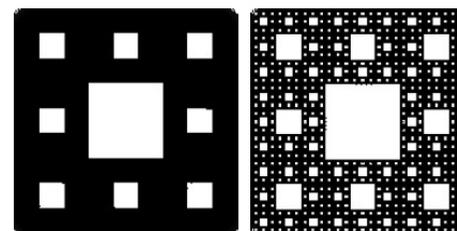
Allora, questi frattali sembrano rispecchiare nello spazio la complessità del comportamento dei sistemi caotici nel tempo, oppure le soluzioni funzionali dei sistemi organici. Benché non esistano in natura insiemi frattali in senso stretto, come non esistono rette o piani geometrici (è facile intuire che le figure geometriche sono delle astrazioni, che noi utilizziamo come strumenti), alcuni oggetti naturali posseggono una struttura che approssima quella di tali insiemi.

Opportunamente stilizzati, le venature della foglia, l'insieme dei rami, ma più in generale l'albero stesso, hanno più o meno una forma comune. I fiori presentano delle insenature, simili a loro volta a piccoli fiori. Questa proprietà di somiglianza della parte col tutto caratterizza gli insiemi frattali: essa è anche chiamata **invarianza di scala**, perché l'insieme risulta essenzialmente invariante ad ogni ingrandimento, cioè alla scala al quale è osservato. Non è una proprietà banale: infatti un pezzo di circonferenza ingrandito non è più una circonferenza. In effetti, se ne prendiamo una parte e la ingrandiamo, nessuna delle figure note dalla geometria elementare ha questa proprietà. Naturalmente, negli oggetti reali l'**invarianza di scala deve arrestarsi a un certo punto**, che quasi sempre corrisponde a limiti fisici o vincoli funzionali; solo in oggetti matematici può sussistere a tutte le scale. La profondità alla quale si arresta rispecchia anche la complessità ed il grado di organicità del soggetto considerato. Vorrei sottolineare l'importanza della parola organico: molecola organica, forma di vita organica, organismo. Questo significa che sussiste una organizzazione funzionale, messa a punto durante tempi evolutivisti (il che significa molto, molto lunghi), che ha creato sistemi più raffinati che si appoggiano, in una sorta di stratificazione, su strutture più semplici. Come i mattoncini che formano la matematica. Ecco allora che l'organismo contiene più livelli di complessità: sistemi, organi, tessuti, cellule, molecole, atomi e via via, fino alle particelle subatomiche. Ma torniamo a noi.

La proprietà dell'invarianza di scala ha un significato estremamente importante: l'informazione per costruire l'intero insieme è tutta contenuta in una qualunque sua parte, per quanto piccola essa sia. Questa parte corrisponde, nel corpo umano, alla cellula, che preserva le informazioni su tutto il resto dell'organismo nel filamento di dna. Ciò non accade, ad esempio, per un pezzo di quadrato, che non ci permette di ricostruire l'intero quadrato conoscendone solo una parte.

Noi sappiamo che un punto ha dimensione 0, una linea ha dimensione 1, il piano 2, lo spazio 3. I frattali devono il loro nome al fatto di trovarsi sospesi tra le dimensioni degli oggetti geometrici ordinari: sono cioè un po' più di una linea, ma un po' meno di una superficie, ed hanno area nulla (e lunghezza infinita).

Le figure della geometria elementare possono essere generate sul piano cartesiano da un'equazione, come è noto dalla geometria analitica. Al contrario, **per generare un frattale è necessaria una procedura che deve essere iterata all'infinito, cioè in sostanza è il risultato dell'evoluzione di un sistema dinamico.**



Non è difficile costruire un insieme frattale. Prendiamo una figura a caso, un quadrato: immaginiamolo diviso in nove quadrati più piccoli uguali, come nel tris, e togliamo il quadrato centrale. Facciamo la stessa cosa per gli otto quadratini restanti, poi per i 64 restanti e così via all'infinito... ciò che resta è una specie di finissimo merletto, ed è un insieme frattale, il **tappeto di Sierpinski**, ottenuto appunto dall'iterazione di un quadrato.

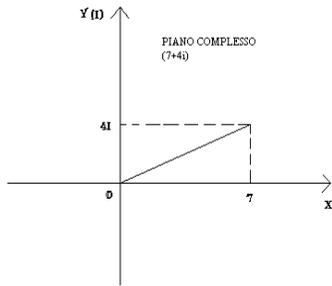
**Sierpinski**, ottenuto appunto dall'iterazione di un quadrato.

Come già affermato, altra proprietà è l'**autosimilarità**: ingrandendo un qualsiasi tratto di curva con un procedimento di zoom che può proseguire all'infinito, si visualizza un insieme di particolari altrettanto ricco e complesso del precedente. Da ciò derivano due curiose caratteristiche delle curve frattali:

- pur essendo continue non ammettono una tangente unica in alcun punto;
- presi due punti della curva, anche vicinissimi tra loro, la distanza fra essi (misurata lungo la curva) è sempre infinita.

Per disegnare l'insieme di Mandelbrot, necessitiamo della nozione di numero complesso (che è l'insieme che ingloba quello dei numeri reali). Nella aritmetica tradizionale, quando calcoliamo il quadrato di un numero positivo o negativo, il risultato è sempre positivo. Ad esempio  $2^2 = 4$  e  $(-2)^2 = 4$ , entrambi positivi. L'estrazione della radice quadrata di un numero negativo non ha però senso in quell'ambito. Per risolvere questa incongruenza sono stati creati i numeri complessi, o immaginari, definendo la radice quadrata di -1 pari ad  $i$ , o  $j$ , a seconda delle notazioni del vostro libro di testo. Sappiate comunque che gli ingegneri preferiscono la  $j$ . Un numero complesso ha quindi struttura del tipo  $z = x + i*y$ , dove  $x$  è la parte reale ed  $y$  quella immaginaria. Tengo a precisare che anche questo artificio matematico, come del resto tantissimi altri, ha un importante risvolto nella pratica. Siamo tutti d'accordo che il numero sia una cosa concreta,

che fa parte della vita di tutti i giorni. La nomenclatura non deve fuorviarci: immaginario sì, ma è pur sempre una componente di un numero e non può esser trascurata. Nel calcolo della stabilità di sistemi dinamici (quali possono essere l'ammortizzatore di un'automobile, un amplificatore per chitarra, o comunque la circuiteria di qualunque telefonino) sono sempre in gioco quantità complesse, e quindi parti



di numeri che sono immaginarie. Senza scendere nei dettagli, anche perché vi annoierei a morte, se le parti immaginarie dei numeri che risultano dalle equazioni del sistema dinamico non soddisfano certe proprietà, o non rientrano entro certi limiti, il sistema non risulta stabile. Non è una questione da poco, dacché se il nostro amplificatore per chitarra non risulta stabile, appena inseriamo la spina nella presa della corrente e suoniamo la prima nota, poiché la sua dinamica diverge proprio a causa di quella parte immaginaria che noi crediamo insignificante, l'amplificatore prenderà a fischiare come un

matto e tutti i componenti elettrici che lo compongono fonderanno. Risultato: il sistema non funziona come vorremmo, o non funziona affatto. L'ammortizzatore non ammortizzerà, anzi, potrà amplificare le sgradevoli asperità della strada proprio nel nostro fondoschiena. Se trascuriamo le parti immaginarie, le moderne costruzioni architettoniche, parlo di quelle al limite del possibile, crollerebbero (quelle antiche no, loro ci andavano larghi con i conti e le misure... oggi è una questione di soldi: meno materiali usi, meno spendi, no?!), le navi affonderebbero e gli aeroplani si accartoccherebbero su se stessi. I satelliti, le sonde e gli shuttle con i nostri astronauti finirebbero persi chissà dove nell'universo, oppure atterreranno sul tetto di casa nostra. Per non parlare di quel che potrebbe succedere in Formula Uno alla prima curva...

Abbiamo detto che l'insieme di Mandelbrot viene rappresentato nel piano complesso, che è un piano coordinato sui quali assi troviamo la parte reale e la parte immaginaria del numero considerato.

Ora che sappiamo il necessario, ecco a voi la formula chiave, che apre le porte all'insieme di Mandelbrot e porta ordine nel caos (wow!):

$$Z = z^2 + c, \text{ con } z \text{ e } c \text{ numeri complessi.}$$

...

... momenti di panico e frustrazione ...

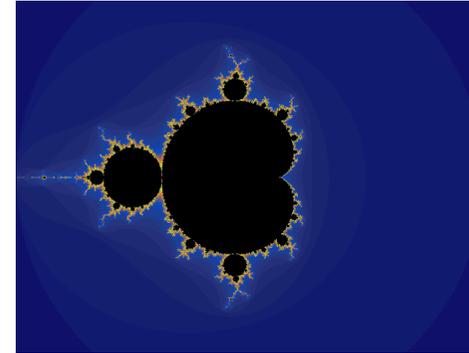
... ma come può essere una stupidaggine simile? ma sarà lei davvero? ...

Sembrare delusi. Vi aspettavate un formulone del tipo  $\beta = \arctg\left[g_{\perp} / (k^2 - g_{\perp}^2)^{1/2}\right] \arctg\left(\frac{t}{L}\right)$ , oppure

$$\iint_S E \times H \cdot n_0 dS + \iiint_V \left( H \cdot \frac{\delta B}{\delta t} + E \cdot \frac{\delta D}{\delta t} \right) dV + \iiint_V gE \cdot EdV = \iiint_V (-J_i \cdot E - J_{im} \cdot H) dV, \text{ eh!}$$

Scherzi a parte, la prima formula è l'angolo di riflessione dei raggi proiettati sulla sfera di Ewald, la seconda è l'importantissimo teorema di Poynting sulla potenza trasportata dalle onde elettromagnetiche. Ora che lo sapete potete anche dimenticarle, non avremo mai più a che fare con questo genere di poemetti integrali e differenziali a lettere greche.

Ora rimane il problema di scegliere il valore iniziale di c e z. Una possibilità è dare sempre valore zero a z e scegliere valori diversi per c. Si continua così l'iterazione facendo variare sistematicamente c su una porzione del piano complesso: se il numero complesso fugge verso l'infinito, lo si colora di bianco, in caso contrario di nero. Le pareti di questa prigione virtuale assumono la forma dell'insieme di



Mandelbrot. Seguendo invece la regola opposta, in cui teniamo fisso c e z diventa il punto che varia, l'insieme risultante appare assai diverso e viene chiamato insieme di Julia: di questi insiemi ne esistono a palate; per ciascun valore prefissato di c usato nella formula di iterazione, appare un diverso insieme di Julia. La bellezza dell'insieme di Mandelbrot è duplice: dove un osservatore casuale vede solo un groviglio di filamenti e di spirali nei pressi del confine dell'insieme, in realtà questi disegni codificano le varie forme del caos e dell'ordine.

Quando si applica la formula a un punto iniziale z, la successione risultante può allora comportarsi in due modi diversi: può vagare senza limitazioni, allontanandosi verso l'infinito, oppure restare confinata in una certa regione del piano complesso. I punti liberi costituiscono il piano di fuga, mentre quelli che restano confinati formano l'insieme prigioniero. Se il punto di partenza z appartiene all'insieme prigioniero esso genera una successione interna all'insieme, indipendentemente dal numero di iterazioni, e la forma di questa "prigione" dipende solo dal valore di c. L'insieme di Julia separa l'insieme di fuga da quello prigioniero. Scrivendo un programma per visualizzare insiemi di Julia, si può notare che per ogni parametro c, l'immagine risultante è di due tipi: l'insieme può essere un unico insieme connesso, oppure può essere costituito da un numero infinito di punti non connessi e dispersi. Bisogna perciò tenere d'occhio la successione generata dalla solita formula con z=0: se questa successione non diverge verso l'infinito l'insieme di Julia è connesso. Questo avviene in quanto se il punto c scelto è all'interno dell'insieme di Mandelbrot, il corrispondente insieme di Julia risulta connesso, mentre se si sceglie c all'esterno dell'insieme di Mandelbrot, l'insieme di Julia risulterà non connesso. Per scrivere un programma per visionare questi insiemi, si usano certi algoritmi di base. Questi algoritmi hanno in comune il processo iterativo centrale, che dipende da un particolare teorema: se la dimensione di z iterato raggiunge 2, si perde nell'infinito senza possibilità di ritorno. Questo fatto distingue i punti esterni e quelli interni all'insieme. Solitamente si lasciano 100 iterazioni per raggiungere la dimensione 2. Quando invece si deve visionare una parte "zoomata" dell'insieme, invece che con 2, la grandezza di z viene confrontata con 100 o addirittura 1000. Una volta raggiunto 2, la grandezza aumenta molto rapidamente e raggiunge i suddetti valori molto velocemente e in poche iterazioni. Le velocità diverse con cui i vari iterati di z superano il valore di soglia, possono essere colorate con colori diversi.

L'insieme di Mandelbrot è formato da un'infinità non numerabile di punti. Ciascun pixel o elemento di immagine, corrisponde a un punto della collezione. Ciascuna immagine, quindi, rappresenta una qualche parte dell'insieme, ingrandita di un certo numero di volte e colorata secondo il gusto di chi l'ha prodotta. Quale infaticabile bellezza agita al suo interno l'insieme di Mandelbrot? Quale processo crea queste forme straordinarie, questa complessità che sonda le più intime profondità dell'infinito? La semplicità della risposta è in stridente contrasto con la complessità dell'insieme. Il punto (0,0), chiamato origine, si trova al centro del piano. Trasformandoci ora in un essere incredibilmente piccolo ( ... un microbo ? ), ci posizioniamo su un punto di coordinate qualsiasi (a, b). Bisognerà convenire che a e b dovranno avere determinati valori, per esempio 2,78 e - 0,43 , nel qual caso il lettore si troverebbe di 2,78 unità a nord e di 0,43 unità a ovest dell'origine. Che cosa è un'unità? Che la si pensi pari a un chilometro o un metro non fa alcuna differenza. Dopo tutto, qualsiasi distanza sembra enorme quanto si è piccoli come un punto. Per essere precisi, il percorso scelto è determinato da una formula relativamente semplice che dice verso che punto dirigersi dopo essersi fermati in ( x ; y ) :

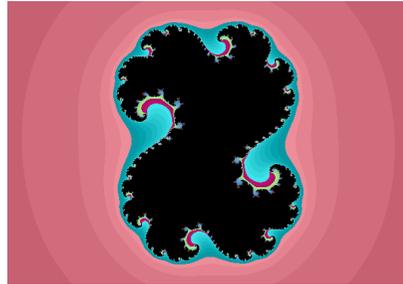
$$( x ; y )^2 + ( a ; b ) .$$

Che cosa significa questa formula? Il termine  $(x ; y)^2$  è solo una abbreviazione per indicare il punto di coordinate  $x^2 - y^2$  e  $2xy$  [ $(x^2 - y^2 ; 2xy)$ ]. Sommare (a ; b) significa che si deve sommare a alla prima coordinata e b alla seconda. Le coordinate che risultano sono quindi  $(x^2 - y^2 + a ; 2xy + b)$ . Dove si trova questo punto? Per trovarlo bisogna sostituire nella formula le coordinate x e y della fermata precedente e le coordinate a e b della prima fermata. Il Mandelbus parte sempre dall'origine e da lì sfreccia subito in (a ; b). Basta dunque che si dia valore 0 alla x e alla y della formula data prima. Tutti i quadrati e i prodotti di x e y scompaiono, lasciando solo a e b come coordinate della nuova posizione. Per vedere dove si va poi, si devono semplicemente attribuire i valori a e b ad x ed y. A questo punto si vede che la seconda fermata è sempre in  $(a^2 - b^2 + a ; 2ab + b)$ .

Le zone dell'insieme di Mandelbrot più interessanti sono quelle sui bordi dell'insieme e sono definite da due numeri complessi (che noi chiameremo m1 e m2) che si riferiscono rispettivamente agli estremi superiore-sinistro e inferiore-destro del riquadro di zoom: alcune delle zone più belle sono

$$m1=(-0.6416 ; -0.5769) ; m2=(-0.4902 ; -0.7275) \text{ e } m1=(-0.5593 ; -0.6429) ; m2=(-0.555 ; -0.6472).$$

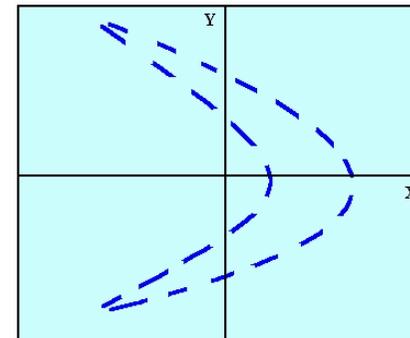
Le ricerche sui sistemi dinamici modellizzabili tramite frattali hanno poi portato a oggetti a più dimensioni spaziali: ad esempio si sono ottenuti sistemi con iterazioni cubiche, con  $x^3$  al posto di  $x^2$  nella formula di Mandelbrot. L'oggetto risultante ha quattro dimensioni, con riccioli che seguono direzioni inimmaginabili, di cui però se ne possono calcolare sezioni trasversali tridimensionali che sono simili al "semplice" insieme di Mandelbrot.



## Sistemi caotici dissipativi e loro attrattori

I sistemi conservativi sono soltanto (e purtroppo!) un'idealizzazione: nel mondo fisico (quello reale) si ha che fare con sistemi dissipativi nei quali l'energia, a causa dell'attrito, viene dispersa in calore. Non è detto che l'attrito distrugga il moto di un sistema. Nel corso di un torrente l'attrito sul fondale e la resistenza idrodinamica distruggono l'energia cinetica, ma essa è continuamente ricreata dall'energia potenziale data dalla forza peso. I sistemi dissipativi sono caratterizzati dal fatto che le orbite di fase partono da condizioni iniziali anche molto diverse finiscono per giungere tutte in un determinato insieme di stati di superficie nulla detto attrattore.

Consideriamo, ad esempio, un pendolo che oscilla nell'aria: il suo moto si smorza progressivamente, con oscillazioni sempre più piccole, fino a esaurirsi nella quiete. L'orbita di fase è una spirale che termina nel punto velocità = 0, spostamento = 0, che è il punto di equilibrio del pendolo. Tutte le orbite finiscono in questo punto: esso è dunque l'attrattore del sistema.



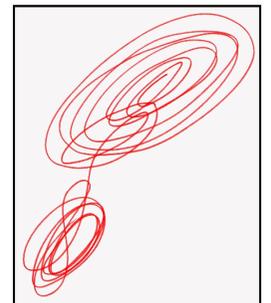
Non tutti gli attrattori sono costituiti da semplici punti: possiamo avere delle curve regolari, dette cicli limite, oppure, nel caso dei sistemi caotici, delle strutture ancor più insolite detti attrattori strani. Ancora una volta ricorriamo all'iterazione per avere un modello semplice di sistema dinamico che presenta un attrattore strano, il cosiddetto attrattore di Henon. La mappa di Henon in figura è regolata dalla seguente legge.

$$X' = 1 + Y - 1,4 X^2$$

$$Y' = 0,3 X.$$

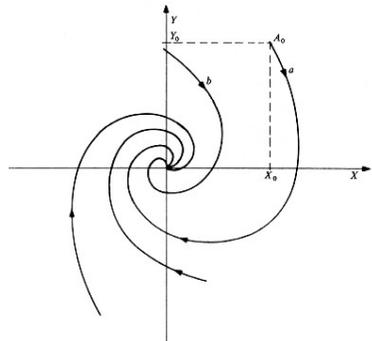
Gli attrattori strani fanno parte della classe dei frattali, infatti l'attrattore di Henon ha dimensione frazionaria, compresa tra 1 e 2. La presenza di attrattori strani frattali è una particolarità dei sistemi caotici dissipativi, ed ha un'importanza fondamentale nello studio della turbolenza nei fluidi. Il moto turbolento si osserva molto bene nelle acque tumultuose di un torrente di montagna, oppure nell'aria quando c'è forte vento; non è comunque difficile immaginare che il capriccioso turbinare del vento o il disordinato vorticare dell'acqua nascondano fenomeni caotici.

Un secondo modello di sistema dissipativo caotico è quello di Lorenz, nato dallo studio dell'insorgere della turbolenza in un fluido. Non presento le equazioni del modello, perché sono un po' complicate: ci basti sapere che esse generano un moto, e quindi delle orbite di fase a partire da una certa condizione iniziale. L'unica differenza è che le variabili di fase sono tre, quindi in effetti noi vediamo un'orbita tridimensionale proiettata. Questo sistema fisico presenta un attrattore strano, detto attrattore di Lorenz, che



sembra avere la forma di una striscia di carta attorcigliata (come il nastro di Moebius...) ma che in effetti non è solida, ma piuttosto formata da tantissimi filamenti, cioè con la tipica struttura infinitamente complessa dei frattali.

Per trattare le non linearità complesse si utilizza il piano di fase. Esso si applica solo ai sistemi del secondo ordine autonomi, cioè il cui comportamento è governato da equazioni differenziali non lineari del secondo ordine.

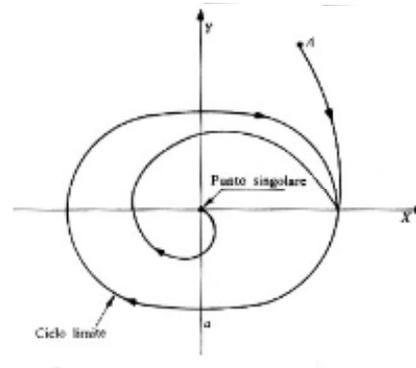


Il **piano di fase** è il diagramma di Y in funzione di X nel piano complesso, e le curve che ne derivano indicano le variazioni nel tempo di X ed Y. Ne risultano diverse traiettorie. Se queste tendono all'infinito il sistema risulta instabile in quanto la variabile X e la sua derivata prima Y tendono a valori infinitamente grandi. Per analizzare la stabilità del sistema occorre esaminare i **punti singolari**, ovvero quei punti tali che sia la funzione che la sua derivata si annullano:

$$Y' = 0 ; Y = 0$$

Tali punti sono quelli di equilibrio del sistema: in un sistema meccanico la X rappresenta lo spostamento, la Y ha il significato di una velocità e la Y' quello di una accelerazione. Pertanto un sistema meccanico è in equilibrio quando velocità ed accelerazione sono contemporaneamente nulle. Appena individuati i punti singolari, si può affermare che un sistema è stabile se le traiettorie convergono nel punto singolare, è instabile invece se divergono. Avviene spesso che nei sistemi non lineari esistano traiettorie che non convergono né divergono da un punto singolare, ma girano intorno ad esso costituendo un percorso chiuso. Tale percorso viene detto **ciclo limite** e ad ogni ciclo limite corrisponde uno stato di oscillazione permanente del sistema.

Nella figura l'origine è un punto singolare instabile perché una traiettoria diverge fino a raggiungere un punto chiuso a, mentre se il sistema si trova nello stato A, la traiettoria si porta sul percorso chiuso a. In altre parole, se il sistema è inizialmente in equilibrio, si innesca una oscillazione che poi si stabilizza in ampiezza. Se il sistema si trova, invece, inizialmente in uno stato di non equilibrio, tende a raggiungere ugualmente una condizione di oscillazione permanente senza mai raggiungere il punto di equilibrio.



L'iterazione (che tecnicamente parlando si configura come **processo di feedback matematico che alimenta le uscite di ritorno con le entrate**) consiste nella ripetizione di una procedura, nel nostro caso atta a determinare soluzioni di equazioni espresse nella forma  $x=g(x)$ . I numeri complessi durante le iterazioni possono venire sommati o moltiplicati. La somma di numeri complessi è molto semplice: consiste nel sommare le parti reali dei numeri tra loro e così anche per le parti immaginarie.

$$(7 + 4i) + (3 + 6i) = [10 + 10i] \quad \text{somma di numeri complessi}$$

I numeri complessi sono un dominio che include anche i reali, perché in essi ha soluzione anche la radice di un numero negativo: la radice quadrata di -1 vale i. La moltiplicazione si opera perciò come nell'algebra superiore (tipo la moltiplicazione di binomi), tenendo presente che, per tornare ad avere un numero complesso,  $i^2 = -1$ .

$$(3 + 7i) * (2 - 4i) = 6 - 12i + 14i - 28i^2 = 6 + 2i + 28 = [34 + 2i] \quad \text{moltiplicazione di numeri complessi}$$

Attraverso il processo iterativo che genera l'insieme di Mandelbrot, si può notare che le parti immaginarie e reali di un numero complesso possono crescere, diminuire o cambiare di segno. Se il processo continua, i numeri generati crescono progressivamente di dimensioni. Per dimensione di un numero complesso si intende, con una corrispondenza cartesiana, la distanza dal numero complesso 0. Quella distanza è l'ipotenusa di un triangolo rettangolo i cui cateti sono la parte immaginaria e la parte reale del numero complesso. La dimensione si può trovare così tramite il teorema di Pitagora (e tecnicamente si chiama **modulo del numero complesso**). Quando i numeri complessi raggiungono una certa dimensione durante il processo iterativo, crescono molto rapidamente. Fortunatamente si possono ignorare i numeri che si spostano repentinamente verso l'infinito, anche se a priori non possono essere individuati (di fatto i frattali necessitano di computazioni al computer, a causa della tediosità dei calcoli). L'insieme di Mandelbrot comprenderà i numeri complessi che, anche dopo un numero infinito di iterazioni, hanno una dimensione finita.

### Vi costringo al bis

A questo punto, sono certo di non essermi spiegato bene, e quindi ripeto il tutto in maniera più sintetica, nella speranza di chiarificare i concetti con una visione d'insieme. Ripartiamo da Adamo ed Eva.

In ogni momento, la traiettoria di un pendolo di un orologio può essere completamente descritta da due sole variabili: la sua distanza dalla posizione verticale e la sua velocità. Possiamo graficare queste due variabili, considerando che la velocità è alternativamente positiva e negativa a seconda del suo verso, se prendiamo come zero la posizione di equilibrio; il grafico risultante è un cerchio. Perturbiamo il moto del pendolo con un dito: l'ampiezza è ridotta o aumentata, ma il pendolo ritornerà all'ampiezza corretta dopo un certo tempo dalla cessazione dello stimolo esterno. Il punto che rappresenta la posizione attuale del pendolo nel grafico sarà al di fuori del cerchio che ci aspettiamo. Questo punto potrà descrivere una spirale che ritornerà progressivamente ad uniformarsi con il cerchio. Lo spazio sul quale giace il grafico è uno spazio di fase, ed il cerchio è l'attrattore del movimento del pendolo, poiché sembra attrarre tutti i

punti al suo esterno. In verità il pendolo ha anche un secondo attrattore: se ci dimentichiamo di ricaricare la molla che ne permette il movimento costante oppure freniamo il pendolo, l'orologio si fermerà. Il secondo attrattore è il punto di coordinate (0,0), che corrisponde ad uno stato di quiete.

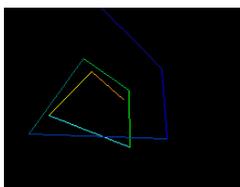
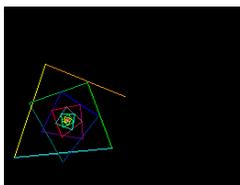
Lo spazio di fase di un sistema è uno spazio avente come assi coordinati le variabili utilizzate nelle equazioni che descrivono quel sistema, in questo esempio il movimento di un pendolo.

**Ma cosa succede se proviamo a descrivere alla stessa maniera un movimento caotico, come il turbino delle acque che scorrono ad alta pressione in un tubo?** Questo movimento non è di certo periodico o quantomeno regolare come quello di un pendolo. La velocità e la direzione variano fortemente tra un punto ed un altro del tubo, anche se molto vicini; possono anche comparire vortici. L'attrattore per un sistema del genere esiste, ma è complesso e non è una linea chiusa. **Per ogni sistema caotico, l'attrattore è una linea di lunghezza infinita descrivente circoli che però non si intersecano mai, anche se sono vicinissimi tra di loro. Se ci fosse un'intersezione, ciò significherebbe che in due momenti temporali diversi il sistema assumerebbe identiche configurazioni: ciò risulterebbe in un comportamento periodico, fatto contrario all'assunzione di movimento caotico.** L'attrattore strano è una linea di lunghezza infinita, ma è sempre contenuto in una limitata porzione dello spazio di fase, dalla quale non diverge. Esistono quindi delle corrispondenze con le strutture frattali poiché, zoomando l'apparente miscuglio di linee, si scoprirebbero infiniti dettagli.

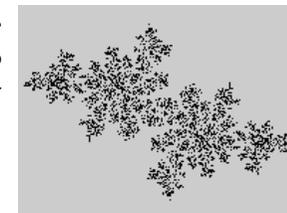
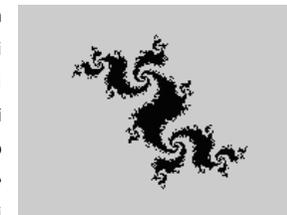
Quando effettuiamo calcoli con il set di Mandelbrot, lo zero rappresenta un punto critico per l'equazione polinomiale  $z = z^2 + c$  (la super-formula-magica), poiché è un punto nel quale la derivata (che vale semplicemente  $2z$ ) è nulla. Sostituendola con un'altra funzione modificheremo il valore iniziale. Per  $z = z^2 + z$ , il punto critico è  $2z+1=0$ , quindi si può partire con  $z = -0.5$ . In accordo con il risultato di Fatou, **ogni ciclo attrattivo per un polinomio o una funzione razionale, attrae al massimo un punto critico.** Quindi controllare i punti critici ci permette di capire se esiste un attrattore stabile: ogni iterazione dovrà partire dal punto critico, altrimenti non otterremo alcun risultato dai calcoli.

Quando un polinomio complesso è iterato, il punto che rappresenta la  $z$  si sposta definendo una traiettoria, che è chiamata l'orbita del punto. Le proprietà dell'orbita possono essere utilizzate per colorare il punto nel piano complesso usato per calcolare l'iterazione. L'orbita non sfugge mai se il punto appartiene all'insieme di Mandelbrot (figura in alto, le iterazioni sono evidenziate da diversi colori, il punto converge verso il centro del set), oppure diverge ad infinito nel giro di poche iterazioni se il punto non appartiene al set (figura in basso).

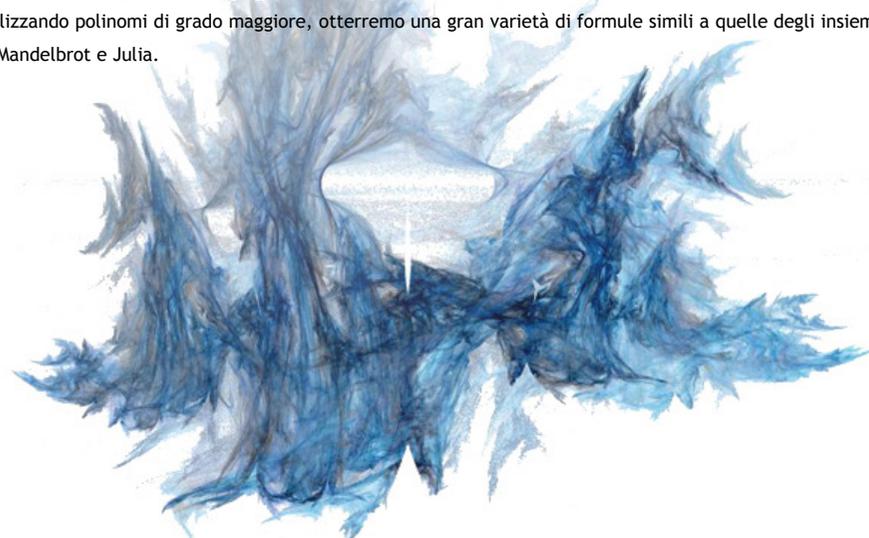
Quando iteriamo la funzione  $z_{(n+1)} = z_{(n)}^2 + c$ , con  $z$  variabile e  $c$  costante, possiamo ottenere immagini frattali, disegnate nel piano complesso, ossia definite dai valori della parte reale ed immaginaria di  $z$ . È necessario calcolare i valori per ogni punto del piano complesso, e lo strumento perfetto per questi stupidi e ripetitivi calcoli è il computer. Si può osservare che per alcuni valori iniziali di  $z$ , l'iterazione dà risultati che tendono all'infinito, ed altri che rimangono entro certi limiti, ma comunque non divergono. Se  $c=0$ , il



polinomio iterato non diverge dalla circonferenza unitaria, centrata in (0,0) e di raggio 1. L'insieme di Julia è il cerchio stesso, i punti contenuti nel cerchio sono l'insieme di Fatou. La circonferenza più i punti in essa contenuti sono l'insieme di Julia completato. Per valori piccoli di  $c$ , l'insieme si trasforma in figure convolute, ed ingrandendo sul bordo si possono osservare strutture complesse, in particolare spirali (figura in alto), che sono chiaramente frattali. Per alcuni valori di  $c$ , l'insieme esplose in punti non connessi, simili a polvere, anche se non distribuiti casualmente. Quando l'insieme di Julia non è connesso (figura in basso), ha proprietà corrispondenti ad una polvere di Cantor bidimensionale.



L'insieme di Mandelbrot è chiaramente correlato all'insieme di Julia: l'unica differenza è che nella formula  $z_{(n+1)} = z_{(n)}^2 + c$   $c$  non è più una costante, ma è variabile, e l'insieme è rappresentato nel piano dei valori delle parti reali ed immaginarie di  $c$ , non di  $z$ . Il polinomio viene iterato per ogni punto  $c$  del piano, partendo dal punto critico  $z=0$  (durante l'iterazione per un dato punto  $c$ ,  $z$  cambia; ottenuto il risultato, il polinomio viene iterato per il valore successivo di  $c$ , ripartendo da  $z=0$ ). **Esistono quindi infiniti insiemi di Julia, poiché  $c$  può essere qualsiasi numero complesso, ma un solo insieme di Mandelbrot.** Ogni punto  $c$  nell'insieme di Mandelbrot specifica la struttura geometrica del corrispondente insieme di Julia. Se il punto  $c$  è contenuto nell'insieme di Mandelbrot, l'insieme Julia che gli corrisponderà sarà connesso. **L'insieme di Mandelbrot è quindi l'insieme di tutti i valori di  $c$  per i quali il corrispondente insieme di Julia è connesso.** Nella creazione di immagini, in genere la porzione più interessante è rivestita dai punti esterni all'insieme, ma vicini alla frontiera, che vengono colorati a seconda di come divergono all'infinito. Rimane solo da capire come fermare l'iterazione. Può essere dimostrato che per  $|z| > 2$  il valore diverge sempre, dove  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{[\text{parte reale}]^2 + [\text{parte immaginaria}]^2}$ , ovvero è il modulo del numero complesso. Utilizzando polinomi di grado maggiore, otterremo una gran varietà di formule simili a quelle degli insiemi di Mandelbrot e Julia.





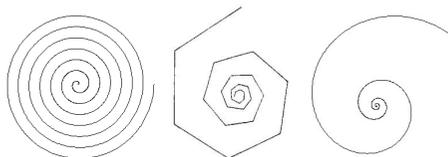
# 3

capitolo terzo

## I frattali nella natura

**Benoit Mandelbrot** definì la geometria frattale come "geometria della natura", e non aveva tutti i torti considerato il fatto che si può applicare in moltissimi casi nel campo biologico-scientifico.

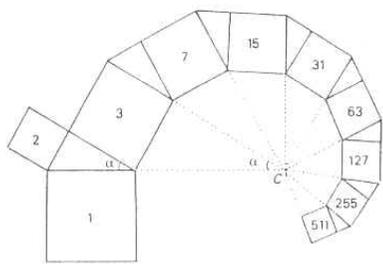
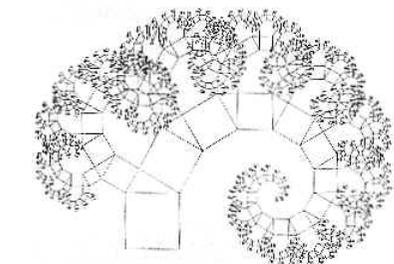
Le spirali sono alla base del mondo vivente. Il nucleo cellulare è costituito da una lunga catena a spirale, il DNA, riportante l'intero codice genetico. Del resto esistono anche organismi complessi la cui forma può essere considerata a spirale, come ad esempio l'ammoneite, essere vissuto 300.000.000 di anni fa. Archimede ne scrisse un trattato, "Sulle Spirali". Possiamo scoprire spirali anche nella natura inanimata, come ad esempio le galassie a spirale. Ci sono tre tipi comuni di spirali piane, tra le quali la spirale logaritmica e quella evoluta, che si ottiene srotolando un gomitolino e tenendo il filo sempre teso.



Nel 1957 A. E. Bosman con *La geometria nel pianeta: un campo miracoloso di ricerca* voleva mostrare le

miracolose figure geometriche della natura, prima fra tutte la spirale. Una delle sue figure più importanti è l'albero di Pitagora la cui costruzione è basata sul sistema binario. Un quadrato ha un lato in comune con un triangolo rettangolo isoscele, che a sua volta ha gli altri due lati in comune con altri due quadrati e così via. La somma delle aree dei due quadrati più piccoli, per il teorema di Pitagora, è uguale all'area del quadrato iniziale e così anche le aree dei quadrati che si formano nei passaggi successivi, sommate,

daranno l'area del primo quadrato. Si può avere un albero asimmetrico semplicemente costruendo un triangolo rettangolo qualsiasi sul lato del primo quadrato.



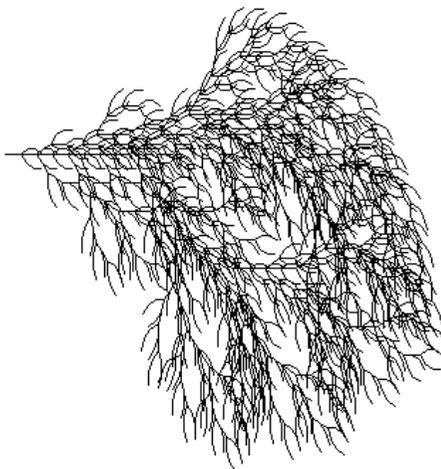
La forma avvolta non è altro che una spirale logaritmica. Si possono creare infinite spirali partendo dai quadrati. L'albero di Pitagora è un buon esempio di frattale matematico. Se utilizziamo dei triangoli con angoli casuali, otterremo una figura molto vicina alla naturale diramazione degli alberi, dei bronchi, dei vasi sanguigni. Vi sono anche frattali a forma di stella, costruiti per esempio con una linea chiusa e successivi segmenti che si incrociano tutti con lo stesso angolo. Esistono in natura svariati organismi con forma a stella, o tentacolare: i fiocchi di neve, la stessa diramazione delle radici nel terreno, la stella marina. Si potrebbe anche comparare la curva di von Koch con una costa della Bretagna, ma la natura è creata con casualità. Se si considera la somiglianza dal punto di vista statistico si creano frattali più realistici. Per far ciò occorre che ogni parte del frattale abbia le stesse proprietà: i metodi basati sul caso sono detti metodi di Monte Carlo, e in modo più formale *stocastici*, dal verbo greco che sta per indovinare. Si può vedere come i frattali siano influenzati da una certa casualità controllata.

Ci sono diversi modi di introdurre il caso nella costruzione dei frattali ed oggi ci sono programmi per computer che possono creare lunghe serie arbitrarie di numeri casuali. Per esempio si sceglie un numero di 4 cifre e si eleva al quadrato, poi si tolgono la prima e l'ultima cifra finché non rimangono ancora 4 numeri, si procede ancora con il quadrato e con il taglio delle cifre e così via: il risultato è una serie di numeri casuali tra 0 e 9999 che non fallisce test statistici di casualità e nello stesso tempo è stata creata con una regola precisa. Tutto deriva dal primo numero, e per questo è da considerarsi una sequenza deterministica, ma possiede le proprietà di una caotica.

Un metodo basato sulla casualità molto pratico è pensare al fatto che i frattali sono formati da un numero infinito di punti, ma si può rappresentare solo una frazione di essi, una illusione della loro completezza. Analizzando ad esempio l'albero di Pitagora scopriamo che sono stati rappresentati solo i primi 12 passaggi. Introducendo una certa casualità nella costruzione si potrebbe stabilire di lasciare al caso la decisione di creare una spirale verso sinistra o verso destra a seconda della disposizione dei lati dei triangoli rettangoli. Questa introduzione di piccoli disturbi nella costruzione di frattali rende questi ultimi più simili a oggetti naturali come alberi, piante, coralli e spugne. Si è sviluppata quindi una branca della geometria frattale che studia i cosiddetti frattali biomorfi, cioè simili ad oggetti presenti in natura. I risultati a volte sono stati stupefacenti. Uno dei frattali biomorfi più riusciti è la foglia di felce i cui dettagli, detti autosimili, riproducono sempre la stessa figura.



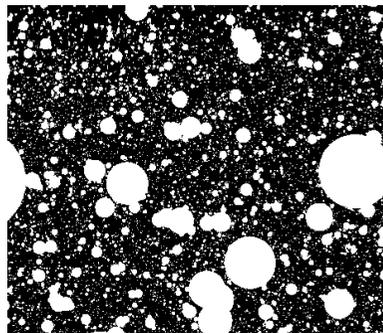
Attraverso una semplice operazione, come può essere la biforcazione di un segmento, si possono ottenere delle "fronde" molto realistiche. È interessante notare, parlando in termini informatici, che se si potesse riuscire ad aumentare il livello di realismo, la quantità di informazioni (quindi la dimensione di un file) da fornire al computer per visualizzare una felce su schermo, sarebbe infinitamente minore. Questo uso della geometria frattale è studiato da diversi anni e viene chiamato **IFS (Iterated Function System)**, ed ha applicazioni nella codifica, compressione e trasmissione dei dati digitali.



**Robert Brown** nel 1828 scoprì che le particelle al microscopio si muovevano in modo imprevedibile e casuale: questo moto prese l'appellativo **browniano**. L'idea della curva di un frattale può aiutare a farsi un'impressione della traiettoria di un moto browniano: si deduce che le proprietà statistiche non variano a seconda della scala. I frattali browniani infatti sono molto naturali: un **paesaggio lunare** potrebbe apparire come la superficie di un frattale, con i crateri più grandi a rappresentare la scala maggiore, e gli altri via via in scala più piccola, con la locazione del tutto casuale.

### **Frattali nel corpo umano**

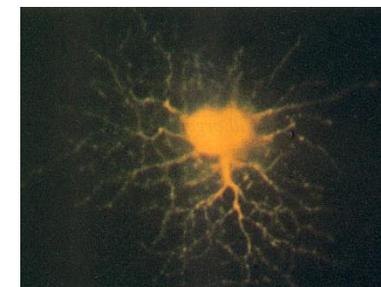
Nel corpo umano strutture riconducibili a frattali sono osservabili nei **neuroni** e nelle **fibre nervose**, nel **muscolo cardiaco**, nei **vasi sanguigni**, nell'**intestino** e nell'**albero bronchiale**. Queste strutture anatomiche fanno da supporto a funzioni evidentemente diverse, ma hanno in comune tratti strutturali e fisiologici: ramificazioni o ripiegature amplificano enormemente la superficie disponibile per l'assorbimento (come per l'intestino), per la distribuzione e la raccolta dei soluti (vasi sanguigni, dotti biliari e albero bronchiale) e per l'elaborazione delle informazioni (reti di neuroni). Abbiamo visto che l'invarianza di scala trova un notevole parallelo nella teoria contemporanea del **caos**, nella quale molti fenomeni, benché seguano rigide regole deterministiche, si rivelano imprevedibili in linea di principio. Gli eventi caotici, come la turbolenza atmosferica o le pulsazioni cardiache, manifestano andamenti simili su scale temporali diverse, più o meno come gli oggetti dotati di autosomiglianza presentano forme strutturali simili su scale spaziali diverse.



L'equilibrio nei fenomeni dinamici poggia allora sul rapporto tra caos e non caos. Ciò comporta la necessità di riformulare il concetto di "stabilità" nelle dinamiche della materia organica ed inorganica: il biologo ed il medico dovrebbero rivalutare il concetto di **omeostasi**, inteso come equilibrio tra le componenti caotiche ed ordinate dei fenomeni biologici. Ne deriva che anche il "concetto di malattia" debba essere rivisto, dal momento che questa insorge sia se si riduce l'ordine (ne è un esempio la perdita del ritmo cardiaco), sia se si riduce il disordine (ne è un esempio la maggiore incidenza di morte improvvisa nei soggetti con ridotta variabilità della frequenza del cuore). La perdita della salute coincide, quindi, con la perdita di equilibrio tra le componenti caotica ed ordinata dei fenomeni biologici. Esiste dunque un ordine ed un disordine parimenti salutari e non salutari.

Alcuni studiosi hanno ipotizzato che i processi di sviluppo della fisiologia umana a partire dall'embrione mostrino un caos deterministico. All'inizio degli anni '80 i ricercatori cominciarono ad applicare la teoria del caos ai sistemi fisiologici: ci si aspettava che il caos sarebbe stato maggiormente osservabile negli stati patologici e nella vecchiaia, concetto che l'intuizione e la tradizione medica aveva sostenuto fino ad allora. Il caos nella funzione biologica invece è proprio dello stato di salute, mentre la periodicità può essere patologica.

Il **sistema nervoso** di un essere umano è formato da circa 10 miliardi di cellule nervose che comunicano tra loro. Tutti i **neuroni** funzionano raccogliendo informazioni (mediante un insieme di sottili prolungamenti citoplasmatici chiamati **dendriti**) e trasmettendole al corpo cellulare di altre cellule dell'organismo, che sintetizzano le proteine che formano il resto della cellula nervosa e gli enzimi che ne determinano l'attività. I neuroni hanno una struttura simile ai frattali: se si esaminano a basso ingrandimento si possono osservare ramificazioni asimmetriche (i dendriti) connesse con i corpi cellulari, mentre aumentando l'ingrandimento si osservano ramificazioni via via più piccole, secondo le regole dell'invarianza di scala, anche se poi ad un certo livello la ramificazione dei neuroni si ferma, mentre i frattali ideali possiedono infiniti dettagli.

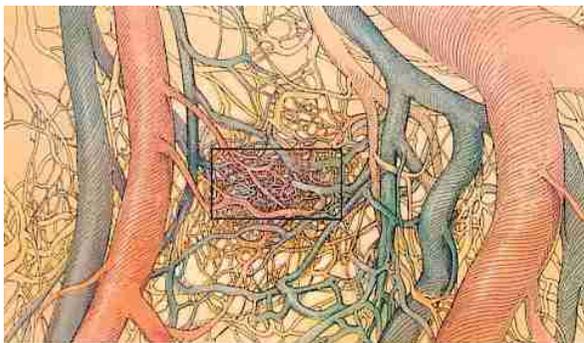


Il **cuore**, centro funzionale dell'apparato circolatorio, è un muscolo striato involontario che pompa cinque litri di sangue al minuto. Nel cuore le strutture frattali hanno un ruolo vitale nella meccanica della contrazione e nella pulsazione dello stimolo elettrico eccitatorio. Una rete frattale di arterie e vene coronariche trasporta sangue da e verso il cuore, ed un intreccio frattale di fibre di tessuto connettivo all'interno del cuore lega le valvole mitrale e tricuspidale al muscolo sottostante. Se questi tessuti

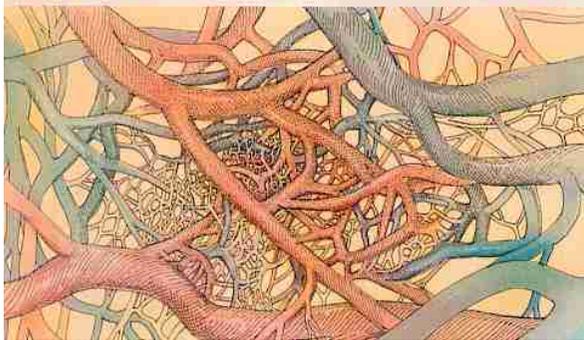


dovessero rompersi, vi sarebbe un forte rigurgito di sangue dai ventricoli agli atri, seguito da insufficienza cardiaca: alcuni studiosi hanno recentemente utilizzato la geometria frattale per spiegare alcune anomalie nelle modalità del flusso sanguigno coronarico, la cui interruzione può causare l'infarto miocardico.

Se si ascolta il cuore con un fonendoscopio o si rileva il polso, il ritmo cardiaco sembra essere regolare. Per un individuo a riposo l'intensità e la frequenza delle pulsazioni sembrano abbastanza costanti, e per questo motivo i cardiologi descrivono ordinariamente la frequenza cardiaca normale come ritmo sinusale



normale. Un'analisi più attenta rivela che individui sani hanno frequenze cardiache che variano considerevolmente anche a riposo. In giovani adulti sani, la frequenza cardiaca, che in media è di circa 60 battiti al minuto, può variare addirittura di 20 battiti al minuto nel giro di pochi secondi, mentre in una giornata la frequenza cardiaca può passare da 40 a 180 battiti al minuto.



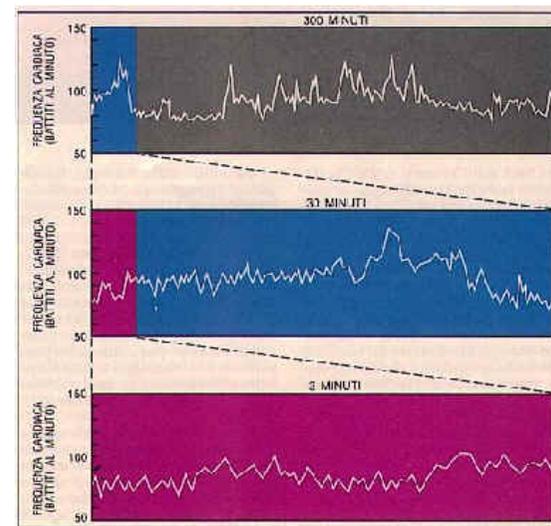
Per almeno mezzo secolo i medici hanno interpretato le fluttuazioni di frequenza cardiaca in termini di omeostasi (il mantenimento interno di uno stato stabile, nonostante le variazioni dell'ambiente esterno): i sistemi fisiologici normalmente si comportano in modo da ridurre la variabilità e mantenere costanti le

funzioni interne. Secondo questa teoria qualsiasi variabile fisiologica, inclusa la frequenza cardiaca, dovrebbe ritornare al suo stato stazionario dopo essere stata perturbata. Il principio dell'omeostasi suggerisce allora che le variazioni della frequenza cardiaca siano semplicemente risposte transitorie a un ambiente oscillante: si potrebbe quindi immaginare che, nella malattia o nella vecchiaia, l'organismo perda la capacità di mantenere una frequenza cardiaca costante a riposo e che quindi la variabilità aumenti. Ma le cose si presentano diversamente a chi misuri con scrupolo i normali intervalli tra battiti cardiaci e li registri in tutto l'arco della giornata: la serie temporale ottenuta sembra irregolare e, a prima vista, completamente casuale. Esaminando però il grafico a differenti scale temporali emergono alcune caratteristiche: se ci si concentra sulla serie temporale relativa all'arco di poche ore si riscontrano

fluttuazioni più rapide, le cui escursioni e la cui sequenza sembrano in qualche modo simili a quelle trovate in serie temporali più lunghe; mentre a scale temporali ulteriormente ristrette (nell'ordine dei minuti), è possibile osservare fluttuazioni ancora più rapide, che sembrano sempre molto simili all'andamento iniziale. In conclusione le fluttuazioni tra battiti contigui in scale temporali differenti appaiono autosimili, esattamente come le ramificazioni di un frattale geometrico. Questo risultato suggerisce che i meccanismi di controllo della frequenza cardiaca possano essere intrinsecamente caotici: la frequenza può oscillare considerevolmente, anche in assenza di stimoli esterni fluttuanti, anziché portarsi a un omeostatico stato stazionario.

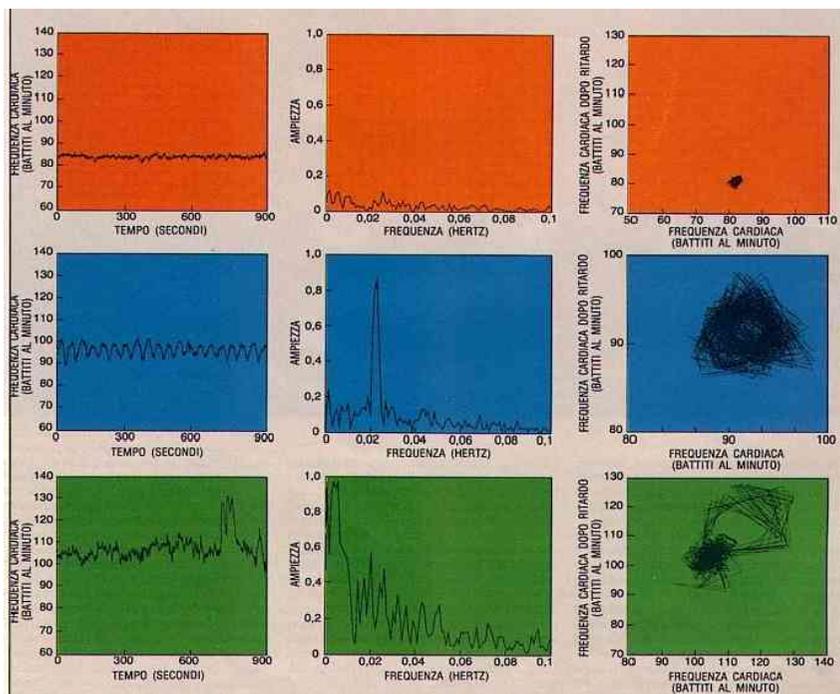
Un metodo per stabilire se le variazioni nella frequenza cardiaca siano caotiche o periodiche è quello di calcolare lo spettro di Fourier della serie temporale. Lo spettro di Fourier di una forma d'onda qualsiasi (come una serie temporale) rivela la presenza di componenti periodiche: se una serie temporale mostra

una frequenza cardiaca di un battito esatto al secondo, lo spettro relativo sarebbe costituito da un unico picco situato alla frequenza di un battito al secondo. D'altra parte, una serie temporale di battiti cardiaci caotici dovrebbe generare uno spettro costituito sia da picchi larghi, sia da altri picchi non meglio connotati. In realtà l'analisi spettrale della frequenza cardiaca normale mostra un ampio spettro che ricorda una situazione caotica. Un altro strumento per analizzare le dinamiche di sistemi complessi non lineari è la rappresentazione nello spazio delle fasi (detto anche spazio degli stati), tecnica



che segue i valori delle variabili indipendenti che cambiano nel tempo. Il gran numero di variabili indipendenti presenti nei sistemi complessi le rende non immediatamente identificabili e misurabili: per questo motivo in tali sistemi la rappresentazione nello spazio delle fasi può essere realizzata usando un artificio, che è il metodo delle *delay maps*. In esse l'ascissa di ogni punto corrisponde al valore di una variabile in un certo istante, mentre l'ordinata crea il valore della stessa variabile dopo un ritardo costante; una serie di questi punti in tempi successivi delinea una curva o traiettoria che descrive l'evoluzione del sistema. Per identificare il tipo di sistema dinamico, caotico o periodico, si determinano le traiettorie per differenti condizioni iniziali e successivamente si cerca un *attrattore*, una regione dello spazio delle fasi che attrae le traiettorie, come visto nel precedente capitolo.

Il tipo più semplice di attrattore è il punto fisso, che descrive un sistema il quale evolve sempre verso un singolo stato: nel grafico tutte le traiettorie convergono verso quel singolo punto. Una forma più complicata di attrattore è il ciclo limite, che corrisponde a un sistema che evolve verso uno stato periodico: nel grafico dello spazio delle fasi le traiettorie seguono un percorso regolare che può essere circolare o ellittico, vicino a questo ciclo limite. Altri attrattori, definiti "strani", descrivono sistemi che non sono né statici né periodici: nel grafico dello spazio delle fasi, due traiettorie che presentano condizioni iniziali praticamente identiche divergono rapidamente e su lunghe distanze temporali divergono molto differenti, dando luogo ad un sistema caotico.



Analizzando la rappresentazione nello spazio delle fasi per il battito cardiaco normale, i risultati mostrano un comportamento più simile a un attrattore strano che non a un attrattore periodico, caratteristico di un processo realmente regolare. Queste osservazioni concordano con le indagini cliniche che hanno dimostrato come la dinamica di un battito cardiaco normale possa essere caotica.

Il meccanismo responsabile di una variabilità caotica nella frequenza cardiaca dell'individuo sano nasce probabilmente nel sistema nervoso. Il nodo senoatriale (il pacemaker naturale del cuore) è una piccola zona in cui sono localizzate alcune cellule che, contraendosi leggermente prima delle altre, innescano

l'eccitazione di tutto il muscolo cardiaco. Queste cellule ricevono un segnale dalla parte involontaria del sistema nervoso, che ha due componenti: il sistema parasimpatico e quello simpatico. La stimolazione parasimpatica diminuisce la frequenza di scarico delle cellule del nodo senoatriale, mentre una stimolazione simpatica ha l'effetto opposto. Queste due componenti agiscono quindi come un continuo tiro alla fune sul pacemaker (**feedback**). Le fluttuazioni della frequenza cardiaca nei soggetti sani sono il risultato di questo continuo alternarsi di stimoli.

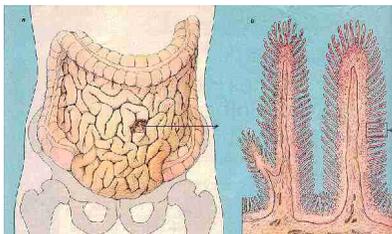
Ulteriori studi suggeriscono che il caos è una caratteristica normale anche di altre componenti del sistema nervoso, come quelle responsabili della **secrezione ormonale**: le variazioni temporali del livello ormonale in soggetti sani sono caotiche alla stessa maniera delle pulsazioni cardiache. Chiedendosi il motivo per il quale la frequenza cardiaca e altri sistemi controllati dal sistema nervoso dovrebbero avere dinamiche caotiche, la risposta è che tali dinamiche offrono vantaggi funzionali. I sistemi caotici agiscono in un ampio spettro di condizioni e pertanto sono adattabili e flessibili, caratteristica che consente di rispondere alle necessità poste da un ambiente imprevedibile e in continuo mutamento.

Molte patologie mostrano un aumento di periodicità correlato ad una diminuzione di variabilità. Le prime indicazioni del fatto che perfino il cuore sul punto di fermarsi può comportarsi con periodicità vengono dall'analisi di Fourier su forme d'onda di elettrocardiogrammi durante tachicardia parossistica o fibrillazione ventricolare, ritmi molto rapidi che assai frequentemente portano all'arresto cardiaco: l'attività fibrillatoria all'interno del cuore è infatti un fenomeno periodico che si limita a coprire solo un certo numero di frequenze. Nel 1988, due ricercatori hanno condotto uno studio retrospettivo sugli elettrocardiogrammi di persone che avevano avuto gravi **patologie cardiache** e scoprirono che la frequenza cardiaca di tali pazienti spesso diventava meno variabile del normale prima della morte per arresto cardiaco. In modo quasi identico il sistema nervoso può mostrare perdita di variabilità e insorgenza di periodicità patologiche in disordini come l'**epilessia**, il **morbo di Parkinson** e la **sindrome maniaco-depressiva**. Inoltre, mentre in soggetti sani il **conteggio dei globuli bianchi** è stato visto variare caoticamente da un giorno all'altro, si è osservato che in certi casi di **leucemia** il numero di globuli bianchi oscilla con periodicità.

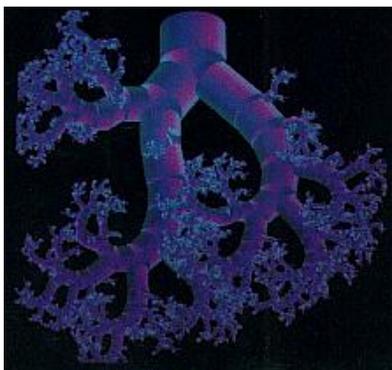
L'**andamento periodico in relazione alla malattia e quello apparentemente caotico in relazione alla salute non implicano che tutte le patologie siano associate ad un aumento della regolarità**. In certe aritmie cardiache il polso è così variabile che lo stesso paziente si lamenta delle cosiddette palpitazioni, tuttavia nessuna di queste patologie irregolari si è dimostrata un esempio di caos non lineare, per quanto le pulsazioni possano sembrare "caotiche" in senso colloquiale.

L'**intestino tenue** è una specie di tubo, lungo circa 6 metri, abbondantemente ripiegato su se stesso, in cui si compie praticamente l'intera digestione dei carboidrati e dei lipidi e viene completata la digestione delle proteine, con la formazione di molecole semplici che possono così essere assorbite, per poi passare nel sangue. Nell'intestino tenue, che inizia sotto lo stomaco, si distinguono tre regioni: il tratto iniziale o

duodeno, il tratto intermedio o digiuno e il tratto finale o ileo. Anche la mucosa intestinale è ricca di pieghe ed è interamente ricoperta di piccole estroflessioni, i villi, la cui superficie esterna è ricoperta da una "moquette" di microvilli, microscopiche estroflessioni della membrana plasmatica delle cellule che formano il villo. Ebbene, la combinazione di pieghe, villi e microvilli crea nei pochi metri dell'intestino tenue una superficie totale pari a quella di un campo da tennis.



La figura mostra il ripiegamento dell'intestino racchiuso dalla membrana chiamata peritoneo (la cui perforazione provoca l'ernia, ossia la fuoriuscita di una parte dell'intestino); l'ingrandimento successivo evidenzia i villi e i microvilli, al cui interno scorrono capillari linfatici, che assorbono i lipidi e quelli sanguigni, che trasportano i prodotti della digestione di zuccheri, vitamine, minerali e aminoacidi. Le pareti di questi microvilli sono costituite da cellule nella cui estremità sono presenti protuberanze, che a loro volta si diramano in dendriti o ramificazioni.



I bronchi sono l'unità funzionale dei polmoni e costituiscono le strutture dove avvengono gli scambi gassosi attraverso il principio osmotico. Quando noi inspiriamo l'aria penetra attraverso le cavità nasali e passa nella faringe, che si divide in due condotti: l'esofago che porta allo stomaco e la trachea che si biforca in due bronchi, entranti ciascuno in un polmone. Quest'ultimi si diramano via via in condotti sempre più fini, formando una sorta di "albero capovolto", con

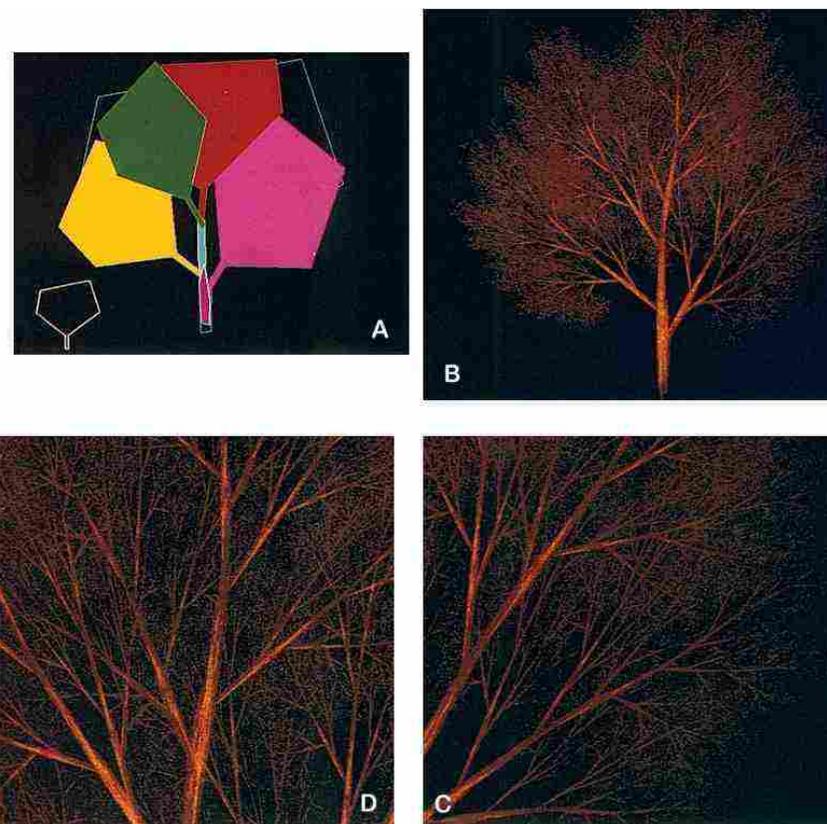
migliaia di sottilissime vie aeree, i bronchioli, che alla fine sboccano negli alveoli polmonari, minuscole sacche a forma di bolla dove avvengono gli scambi gassosi. Ogni alveolo è circondato da capillari sanguigni ed è rivestito all'interno da uno strato umido di cellule epiteliali che favoriscono la respirazione. Bronchi e bronchioli (qui in figura sono mostrati in un calco) formano un albero con ramificazioni multiple, la cui configurazione si presenta simile sia ad alto che a basso ingrandimento. Misurando i diametri dei diversi ordini di ramificazione, si è appurato che l'albero bronchiale può essere descritto con la geometria frattale.

### *Comprendere il mondo che ci circonda*

Uscendo dal corpo umano, possiamo affermare che la geometria frattale potrebbe essere la giusta chiave di lettura per comprendere anche il mondo che ci circonda. Questa recente geometria, infatti, viene utilizzata per studiare molte forme naturali e sistemi dinamici: le strutture delle piante, i terremoti, i

disegni astronomici, i fenomeni meteorologici, le formazioni nebuloze, la rappresentazione di catene montuose e di coste. E poi ancora fenomeni fisici come le turbolenze, acqua che sgorga a fiotti, o aria che si muove lungo l'ala di un aereo. Gli eventi turbolenti vengono espressi con equazioni non lineari, difficili da risolvere... e di fatto, spesso impossibili.

Per ottenere ad esempio una quercia frattale, è stata fotografata una quercia dall'aspetto autunnale stilizzandone il contorno. Si è ottenuto il collage composto da sei trasformazioni, due delle quali deformano l'albero per costruirne il tronco. Ramificazioni e foglie possono essere facilmente analizzate attraverso la geometria frattale.



Spesso le previsioni meteorologiche falliscono per via dell'impossibilità di poter considerare tutte le variabili del sistema nel quale viviamo. Un piccolo cambiamento nella localizzazione di una macchia solare sarebbe amplificato fino ad avere un grosso impatto sull'atmosfera, situazione che si presenta molto

spesso nello studio di sistemi dinamici caotici non lineari, e che prende il nome del già citato effetto farfalla di Poincaré.

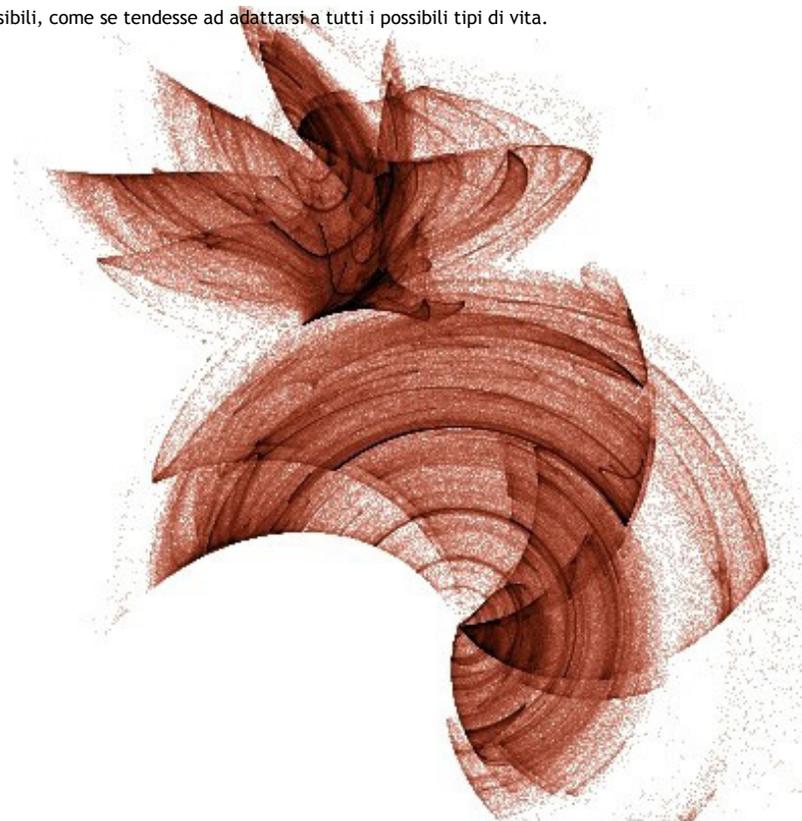
Un dubbio che ha sempre affascinato chi si occupa di astrofisica, è la spiegazione delle proporzioni tra le stelle di grande e piccola massa: queste ultime sono stranamente più comuni rispetto alle prime. Possiamo provare a risolvere il problema in modo statistico, non riferendoci alla forma particolare delle stelle ma alla loro forma in comparazione alle altre. Assumere però che la distribuzione della materia celeste sia irregolare e gerarchizzata, come indica l'osservazione ad occhio nudo e come conferma il telescopio, complica il problema. La quasi unanimità dei teorici ha sempre supposto che la materia stellare sia distribuita uniformemente: un'esitazione nel trattare l'irregolarità derivata anche dal fatto che non si sapeva come descriverlo geometricamente, visto che tutti i tentativi in tal senso avevano dovuto ammettere delle deficienze.

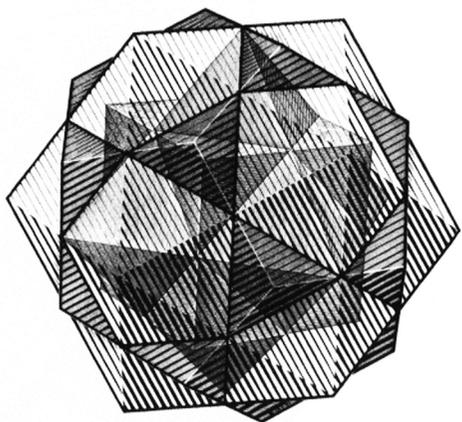
Forse fra poco potremmo dire addio anche all'idea che l'universo sia nato dal big bang come singola palla di fuoco concentrata e poi esplosa. Nella sua forma tradizionale, questa teoria afferma che l'universo nacque circa 15-20 miliardi di anni fa da una singolarità cosmologica, ossia uno stato di temperatura e densità infinite. Come è ovvio queste grandezze non possono essere realmente descritte in termini fisici come infinite; di solito si postula che le attuali leggi fisiche non fossero applicate a quell'epoca. Esse cominciarono a valere solo dopo che la densità dell'universo fu scesa al di sotto della densità di Planck, che è pari a 1094 g/cc. Espandendosi, l'universo cominciò gradualmente a raffreddarsi. Un residuo dell'esplosione primordiale esiste ancora oggi: è la radiazione di fondo a microonde, la quale indica che la temperatura dell'universo è scesa a 2,7 kelvin. La scoperta di questa radiazione si è rivelata la prova cruciale che ha dato un ruolo preminente in cosmologia alla teoria del big bang, avendo questa anche il pregio di spiegare le abbondanze dell'idrogeno e degli altri elementi dell'universo.

Prende piede l'ipotesi, enunciata comunque ormai 15 anni fa, che l'universo abbia attraversato uno stadio di inflazione. L'universo, anziché essere una palla di fuoco in espansione, sarebbe un immenso frattale che cresce continuamente: esso sarebbe costituito da molte sfere che si rigonfiano, le quali producono nuove sfere, che a loro volta ne generano altre, all'infinito. E se il nostro **universo inflazionario** fosse eternamente esistente e in grado di autoriprodursi? E' una teoria assai generale, ma appare particolarmente promettente se si afferma che i sistemi da noi conosciuti si collocano nelle valli, dove l'inflazione è già avvenuta. Da questa teoria segue che, se l'universo contiene almeno un dominio inflazionario di dimensioni sufficienti, allora esso comincerà a produrre incessantemente nuovi domini inflazionari. L'inflazione in ciascun punto può terminare rapidamente, ma altre regioni contigue continueranno a espandersi, ed il volume totale di tutti questi domini crescerà senza fine. Essenzialmente, da un universo inflazionario scaturiscono bolle inflazionarie, che a loro volta ne producono di nuove, e così via. Questo processo, chiamato **inflazione eterna**, continua come una **reazione a catena, producendo una configurazione di universi simile ad un frattale**. In questo scenario l'universo nel suo complesso è immortale; ciascuna specifica parte di esso può derivare da una

**singolarità manifestatasi nel passato e potrà terminare in una singolarità nel futuro, ma non vi è alcuna fine per l'evoluzione dell'intero universo.** Che cosa sia avvenuto all'origine è incerto. Vi è la possibilità che tutte le parti dell'universo siano state generate simultaneamente in una singolarità iniziale, un big bang. Sebbene questo scenario renda l'esistenza del big bang quasi irrilevante agli effetti pratici, si può considerare il momento della formazione di ciascuna bolla inflazionaria come un nuovo "big bang". **Da questa prospettiva l'inflazione non è una parte della teoria del big bang, come si pensava 15 anni fa: al contrario, è questo ad essere compreso all'interno del modello inflazionario.**

Una delle principali ragioni della popolarità del vecchio scenario del big bang è che **immaginare l'universo come un palloncino che si espande in tutte le direzioni è relativamente semplice. E' molto più difficile afferrare alla struttura di un universo frattale che si autoriproduce all'infinito.** E poi l'evoluzione della teoria inflazionaria ha dato origine ad un paradigma cosmologico del tutto nuovo, che differisce considerevolmente dalla vecchia teoria del big bang e anche dalle prime versioni del modello inflazionario. In esso l'universo appare caotico ed omogeneo, in espansione e stazionario, ovvero come una unione di opposti. La nostra dimora cosmica cresce, fluttua e si riproduce eternamente in tutte le forme possibili, come se tendesse ad adattarsi a tutti i possibili tipi di vita.





## ***parte seconda***

***il problema se sia o no un'arte è fuorviante.  
come il linguaggio è un mezzo con il quale, tra le altre cose,  
si fanno opere d'arte.***



# 4

capitolo quarto

### *Streben, divertissement, skillz*

Ci sono serate estive secche, fresche, nelle quali la visione è talmente nitida che tutto sembra rivestito di una pellicola umida, lucente. Serate nelle quali puoi fare quel che chiedi di meglio dalla vita: dipingere in tranquillità e pieno relax, in pubblico. Performing, Live, Art. L'occasione di 8arte a Porciano ti dà una sensazione che raramente si prova nelle grandi città - con le loro opportunità, le luci, il vivere veloce e sfrenato - perché è un paesino dalle serate soffuse, intriso di musica in piazza senza burocrazie, abitato da bambini che giocano per strada a tarda notte, con un familiare clima d'amicizia. In quelle sere si vagheggiava la sua trasformazione in un borgo d'arte, totalmente dipinto e rifinito: credo di esser stato tra i più entusiasti, non vedendo l'ora di riempire tutte le superfici bianche delle facciate dei palazzi, e tuttora sono dell'idea che investire in un borgo come futura meta turistica non sia una cattiva idea. Ditemi voi se esiste anche solo un paesino che sia completamente dipinto, come se fosse una scenografia, un'opera d'arte nella quale entrare. Solo i parchi giochi sono così, ma lì non si respira cultura.

Non era poi la prima volta che mi ritrovavo a discutere di sogni, di idee con quello schiacciasassi di Giancarlo: inesorabile, noncurante delle dimensioni. Si chiacchierava di alcune mie direzioni di ricerca, tra le quali proprio quella di cui state leggendo, ed anche se lì per lì non ne era granché a conoscenza subito si dimostrò interessato e propositivo.

In altri incontri personali volle visionare alcune mie opere, che mi propose di esporre in occasione della mostra "Sentieri tra Due Lune" al Museo Civico di Alatri. Lo schiacciasassi continuava a macinare e, tra una domanda e l'altra sul perché, sul come e sul quando, alla fine mi ha assecondato nel desiderio di tenere una lezione sull'argomento, ed ha così gettato le basi per un seminario.

Mi sono ritrovato in quattro e quattro otto, tre settimane dopo, appoggiato ad una scrivania, gesso in mano, davanti ad una quarantina d'alunni, inserito nel progetto Artura - Arte & Natura. Una proposta d'azione, di quella che ogni corso di studi dovrebbe contenere in dosi massicce, che risveglia il perduto rapporto tra uomo e Natura insegnando a rapportarsi con serenità all'universo nel quale siamo collocati alla nascita. In città quasi nessun abitante possiede l'esperienza di un appezzamento di terreno e del suo piccolo ecosistema, fatto di alberi, insetti, stagioni, pozze d'acqua e, perché no, escrementi. Uno dei limiti del sistema scolastico è il fatto di non contemplare il mondo esterno, collocando gli alunni nel contesto che dovrebbero studiare e dal quale dovrebbero imparare. Oggi il nozionismo ed il buonismo di alcuni testi è superato e, peggio, è controproducente con i più. Le attuali generazioni di ragazzi, dopo un'infanzia di media bombing, hanno



bisogno di essere direttamente coinvolte, stupite, di essere trattate quasi da adulte. Gli insegnanti devono andare di pari passo con i progressi della tecnica, e anzi devono proporre soluzioni che facciano assaggiare ai discenti un po' di futuro. E poi i ragazzi hanno un mondo di miti tutti loro, diversi per ogni generazione: ogni docente dovrebbe studiarli, cartoni animati compresi, e piegarli a proprio vantaggio. Forse parlo così perché con me lo scarto generazionale è stato breve. Ma prendendo il discorso un po' alla larga, senza badare a troppe implicazioni, l'insegnamento dovrebbe imparare qualcosa dalla tecnica pubblicitaria, che appunto sfrutta l'immaginario collettivo per trasmettere un messaggio: il possibile acquirente è meravigliato da uno specchietto per le allodole, ed è così pronto a riceverlo. Se poi il messaggio lo coinvolge direttamente, in azioni, in spostamenti materiali, ecco che diventa indelebile nella memoria. Al posto di scagliarci contro i fantasmi della società dei consumi, utilizziamoli per fini educativi. Un esempio di campagna pubblicitaria potrebbe essere:

- presentazione spettacolare dal punto di vista tecnico, realizzativo, contenutistico;
- un interrogativo finale che faccia leva nel subconscio, sulla curiosità innata nell'uomo;
- un luogo dove trovare la risposta (sito internet), che abbia un indirizzo mnemonico;
- un sito nel quale l'utente si senta a suo agio, non disorientato;
- possibilità di interagire, scaricare, riutilizzare, giocare, scrivere.

Fin qui tutto liscio. Ma c'è un trucco: la risposta alla domanda non è a portata di mano, sull'homepage: bisogna cercarla! Il materiale a disposizione va spulciato pagina per pagina, con avidità, alla spasmodica ricerca di informazione. La ricerca fa sì che il messaggio possa diventare davvero nostro, proprio perché lo abbiamo cercato. E' un'azione finalizzata ad un nostro interesse. Click, eccolo lì. Salva con nome, ok. Lo ritroveremo nel nostro hard disk quando vorremo farlo vedere ai nostri amici.

Ecco, la scuola che avrei voluto frequentare è fatta così, ma non è subdola perché non deve venderci nulla. Deve anzi farci guadagnare la capacità di riflettere e conoscere, ed è questa la direzione verso la quale mi sono orientato nel preparare le lezioni. Accattivare il pubblico, porgli un interrogativo. Spingerli alla ricerca spontanea, ad alzare la mano ed a far domande e considerazioni, anche assurde, senza problemi - punto notoriamente critico, considerata la distanza professionale ed anagrafica tra docente e discenti -, far sì che se ne parli anche al di fuori della scuola, tra amici. Indirizzare i ragazzi nella ricerca, ed inserire oltre ai contenuti utili anche curiosità, esempi che possano tangere la vita di un adolescente, oggetti che si possano concretamente utilizzare.

Esiste una lezione di biologia migliore di quella in cui si faccia piantare un albero ad ogni alunno, coinvolgendolo nella preparazione del terreno, nella scelta dell'albero, nella sua riproduzione e cura? Certo, preparare un ciclo di lezioni tutte così è molto più complicato del semplice spiegare alla classe, libro di testo alla mano. Ma poi il ragazzo torna a casa, la madre gli chiede "Com'è andata oggi?" e lui "Boh, hanno spiegato", come se non fosse accaduto nulla. Perché quando non si è stati interrogati, nessuna attività ci ha direttamente interessato, perturbando la nostra quiete quasi sonnolente.

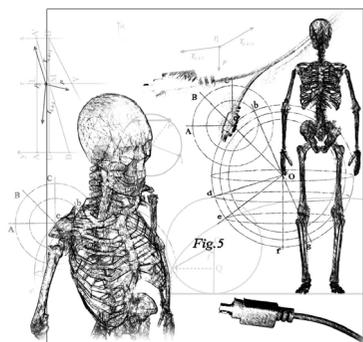
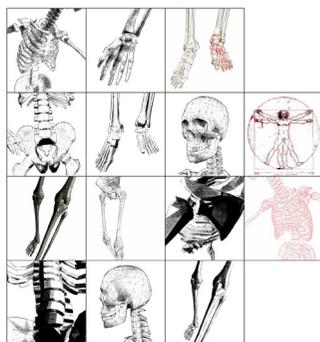
Spiegare, che parolone. Non ne capisco l'utilità quando i docenti ripetono argomenti che possono esser trovati per filo e per segno su qualche autorevole libro. Bisogna rivalutare agli occhi dei ragazzi il ruolo dell'insegnante, che per la sua classe deve essere più autorevole dello stesso libro. Deve essere un modello, che affascini gli alunni, e di conseguenza inserirsi tra di loro e parlare il loro linguaggio. E' giusto controbattere che ogni componente di una classe comprende gli argomenti trattati con velocità diversa, ma l'esercizio della spiegazione serve a stimolare l'apprendimento, non a far assopire la curiosità.

Quel che serve è l'azione, la pratica. Purtroppo non tutti sono interessati al ragionamento astratto ed alla speculazione filosofica, anche se (o almeno io ne sono convinto) tutti gli esseri umani hanno in totale le stesse capacità. Allora si dice che la cultura sia quel che rimane quando si è dimenticato tutto quel che si è studiato.

Vero (?).

Sembra che studiare e ricercare, come praticare una religione, sia una cosa da scarsi, qualcosa di cui vergognarsi. Dar sfogo alle proprie idee invece è il compito più alto dell'uomo. Cerchiamo allora di inserire la ricerca nella vita quotidiana dei ragazzi. Ognuno di noi dimentica le costruzioni degli altri, ma di certo non le proprie. Anzi, al massimo vorrà vantarsene, più che pentirsi dei propri risultati. E non si dimentichi di infondere fiducia, spronare, aiutare e lodare ampiamente, perché questi ragazzi vogliono essere trattati da adulti, ma ancora non lo sono.

È una questione culturale. Perdonate la banalità, ma credo che a qualsiasi livello di raffinatezza, l'uomo sia pur sempre un mammifero, ed abbia degli istinti da soddisfare. Atteggiamenti comportamentali da bullesso, come anche lo status symbol di una macchina sportiva, a volte sono mezzi con i quali soddisfare il proprio narcisismo e guadagnare possibilmente le attenzioni dell'altro sesso. Mi piacerebbe che la società aggiunga al novero delle qualità auspicabili in una persona, oltre al grasso portafogli ed al fisico prestante, anche la prontezza di spirito. Per fare questo i docenti dovrebbero entrare in merito alle dinamiche della classe, costruendo un rapporto che va al di là del banco di scuola. Così facendo si potrebbe riuscire a bandire una superficialità che rischia di incappare in un sovvertimento dei valori - cosa che già è abbastanza evidente



negli states, dove quel che conta maggiormente al college è la popolarità - ed ancor peggio nell'emarginazione del cosiddetto nerd, che è l'opposto del figo (appunto una persona non popolare), che magari potrebbe dimostrare quanto vale, ma si trova bloccato, oppresso dallo scherno. Sapete, spesso in età giovanile si assegnano delle etichette, che rimangono poi radicate nella psicologia del soggetto e gli fanno perdere dignità ed autostima, e questa situazione porta a nascondere la propria personalità nel tentativo di uniformarsi ai valori degli altri. Coloro che hanno delle potenzialità vanno perciò stimolati e gratificati maggiormente agli occhi dei coetanei, al fine di instaurare anche una sana competizione nella quale guadagna in popolarità chi più si applica.

Lo scopo non è intentare un processo contro il sistema educativo o contro gli insegnanti, anche perché non possiedo adeguate conoscenze per pormi al loro livello. Il succo è che i docenti dovrebbero essere più vivi nei confronti dei singoli discenti e delle loro attitudini, come più vivi dovrebbero essere i loro discorsi in aula, che devono cogliere nella sfera personale dell'individuo, non nel generico ambito del rendimento scolastico. Ho deciso di inserire un estratto dalla seconda lezione, della quale possiedo delle riprese, che possa illustrare il metodo che ho adottato ed i risultati ottenuti: alcuni dei ragazzi con i peggiori andamenti scolastici, l'hanno fatta da padroni tirando fuori considerazioni che non si sarebbero fatti scappare davanti alla faccia severa e formale di una professoressa. Gli stessi docenti hanno notato che con un po' di divertimento ed entusiasmo in più, anche il loro lavoro potrebbe alleggerirsi, essendo i discenti più volenterosi e disponibili all'attenzione.

Differentemente dalla prima, questa lezione non riguardava i rapporti tra matematica e natura, ma utilizzava come punto di partenza l'arte. La varietà di informazioni fornite in risposta alle loro sollecitazioni e poi ottenute tramite le loro considerazioni, sta ad indicare che i ragazzi di oggi non mancano di certo di interessi, né di conoscenze: la loro cultura è semplicemente differente da quel che ci aspettiamo...

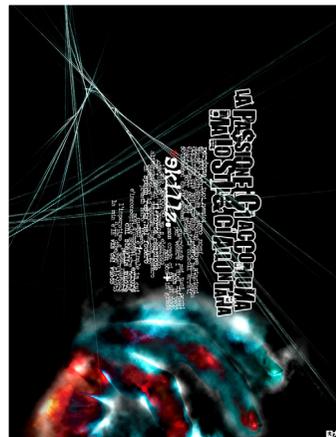
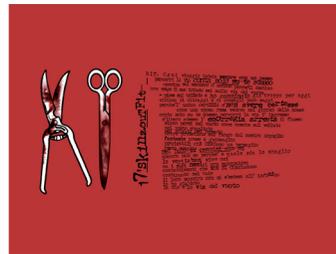
## Trovate per la seconda lezione

Trascrizione e commento a cura di Giovanni Casali

[Il 17 Novembre esordisce con un riepilogo della prima lezione, certamente necessario considerata la mole di argomenti sui quali si era divagato il mese precedente...] Negli “esperimenti” abbiamo necessità di descrivere tutto quel che abbiamo attorno (quel che ci serve ai fini dell’esperimento) in linguaggio matematico, in modo da poter ricreare un universo parallelo al computer. [Si era visto come costruire una felce frattale, ed un ragazzo aveva proposto come sistema da simulare al computer un campo di felci. Si era deciso che l’esperimento sarebbe stato quello, per la verità un po’ scemo, di bruciare il campo infinito di felci virtuali di suo zio, sbadato com’è, con il vento che tirava da Nord a Sud e con data morfologia del terreno. Ci si chiedeva a cosa potesse servire un test del genere, che in effetti viene svolto nella realtà: i vigili del fuoco avrebbero potuto decidere da quale parte intervenire, dove sarebbe stato più urgente per non causare una catastrofe, dove posizionare della nitroglicerina per far saltare il terreno, ma soprattutto come si sarebbe diffuso l’incendio.]

Ricreare l’esperimento per simularlo al computer è utile perché costa di meno, lo puoi ripetere quante volte ti pare e soprattutto se qualcosa va storto puoi modificare l’esperimento finché non ottieni il risultato desiderato. I videogiochi sono un esempio di “esperimenti” con i quali possiamo interagire, perché seguono le leggi della natura che conosciamo: [“Chi non ha mai giocato ad un videogioco alzi la mano...” - (scoppiano urli con nomi di videogiochi) - “Anche le prof... loro hanno giocato a Pac-Man però, roba d’altri tempi... ☺” ] nello spazio si vola mentre sulla terra si cammina [“Se il vostro personaggio cammina sul pavimento, verifica il vincolo meccanico e la legge di Newton”], c’è il giorno e la notte [“...perché la Luna gira attorno a...? Alla Terra” - (anche se un ragazzino aveva risposto al Sole) - “E la Terra gira attorno a...? Al Sole. E il Sole?” - (nessuno risponde) - “ Anche il Sole, come tutto il Sistema Solare e le Galassie, si muove verso un punto dell’Universo. Una curiosità: questo punto è posto nella Costellazione d’Ercole, ed è chiamato Grande Centro Attrattore”], il fuoco va verso l’alto e le esplosioni distruggono quel che hanno attorno, non possiamo attraversare i muri [“...a meno che non si usi il truccetto vnoclip\_ che ti permette di attraversare una porta o un muro quando sei bloccato perché ti manca la chiave, ma nella realtà non è possibile!”], se cadiamo da troppo in alto perdiamo una “vita”, e così via. [“Fatemi un esempio di gioco nel quale se cadi da troppo in alto perdi una vita...” - (il più gettonato è stato Super Mario, un classico del platform) - avrebbe allora voluto avviare HalfLife<sup>2</sup>, nel quale sono stati inseriti moltissimi effetti fisici, come urti, effetto miraggio a causa del calore, aberrazioni visive, ma non gli è stato possibile per problemi tecnici.]

Per ricreare tutto questo in modo da poterci giocare, bisogna scrivere l’esperimento al computer, ed il computer capisce solo la matematica, perché è solo uno stupido elettronico che sa contare molto velocemente. Infatti il computer si sostituisce solo alla matita, non alla mente del matematico, ossia disegna quel che noi gli diciamo sullo schermo e basta.



Gli oggetti che possiamo inserire nei mondi virtuali che creiamo devono ricondursi a forme semplici che il computer può riconoscere. La geometria descrittiva ci permette di suddividere un oggetto in forme semplici e conosciute, come cubi, sfere, coni... in modo da poterlo inserire nel computer. Per descrivere la complessità della natura la geometria descrittiva non basta: le nuvole infatti non sono sfere, gli alberi non sono cilindri, le montagne non sono coni... [“...fatemi un esempio!” - (una ragazza propone una nevicata) - “...beh... sì, potrebbe essere. Perché la neve è formata da...?” - (la ragazza dice acqua cristallina) - “...ovvero acqua ghiacciata. Ce li avete in mente i cristalli, no? Quelli che sembrano dei gioielli...” (esibisce una figura dall’archivio)]

Per descrivere allora gli oggetti della natura in linguaggio matematico usiamo i frattali. I frattali erano già stati studiati da [“...? Quello col naso strano... più strano del mio! Ma senza leggere... !”] Julia negli anni '20, ma mai disegnati, né si sapeva come potesse essere la loro forma. Ci pensò [“...? Quello con la faccia simpatica...”] Mandelbrot negli anni '80. Il frattale è unione di copie di se stesso a scale differenti. Questa è una approssimazione fatta dall’uomo per farlo funzionare, perché non è la Natura che si adatta alle leggi dell’uomo, ma il contrario, ovvero è l’uomo che deve cercare di semplificare le forme della Natura se vuole capirci qualcosa ed utilizzarle a vantaggio del prossimo.

I frattali sono simili a moltissime forme presenti in natura, e conseguentemente ad invenzioni fatte dall’uomo: spirali: DNA (il libretto delle istruzioni del corpo umano), movimento dell’elica di un aeroplano, tornado, [“...e come si chiamava quel fossile che vi ho portato?” - (Si bisbiglia Amerite, Ammalite, Amm... ) - “ ... Ammonite, e visse?” - (tutti: 300mila anni fa!) - “ ...di più, milioni! Quest’animale è più vecchio del preside!” - (anche i professori ridono! ☺) ammonite (fossile di 300 milioni di anni fa), l’acqua che vorticosamente entra nello scarico del lavandino... ; alberi: felce, albero di Pitagora, diramazione dei rami, venature nelle foglie, coralli, ma anche fulmini, crepe nella terra date dalla siccità, vetri rotti, venature nelle rocce, sistema nervoso, vasi sanguigni... ; stelle, spugne, forma delle ossa al loro interno, crateri, paesaggio lunare... ; disposizione dell’erba in un prato, delle stelle nel cielo, delle foglie che cadono da un albero, delle gocce di pioggia che cadono... ; neuroni, intestino, bronchi, formazione dell’universo.

Chiacchierando però abbiamo trattato anche altri temi, più o meno seri:

- Gli alieni: esistono? lo dico di sì. Chiedetemelo comunque se volete sapere come la penso. [“...sarebbe però un discorso troppo lungo, magari lo facciamo in una lezione a parte...”]

- La mosca si muove di un moto detto Browniano [“Come si muove una mosca?” - (Fa zig-zag!) - “Sì, ma zig-zag è un’onomatopea dello bzzzz che fa... allora fammi un esempio di onomatopea...” - (crak, bang, crash) - “ ... e se io dico splash?” - (“...è uno che si tuffa!” E continuano con tutti altri rumori) - ]

- L’evoluzione dell’uomo, il suo codice genetico e i possibili errori in esso: malformazioni, ospedale Cottolengo (Torino e Roma) [aveva raccontata di una

poesia che suor Emanuela Cornelli, sua insegnante alle elementari, fece leggere in classe su questo ospedale dietro la Mole Antonelliana, che accoglie in strutture specializzate e con adeguato personale bambini con problemi genetici. Era intervenuto anche Giancarlo Canepa, raccontando delle sue esperienze sul dolore riguardo la scomparsa della madre, la contessa Lolli Ghetti] e Gornja Bistra (Vicino Zagabria) [un ospedale come il Cottolengo, che ha però il problema di una struttura fatiscente e di un personale poco qualificato. Se ne occupa l'associazione nazionale Il Giardino delle Rose Blu] che si occupa dei bambini che ne hanno, l'uomo pesce che forse fra milioni di anni tornerà a vivere in acqua, come i suoi più remoti antenati [questa dell'uomo-pesce aveva stimolato molto la fantasia dei ragazzi: presentando lo scenario dello scioglimento delle calotte polari a causa dell'inquinamento, aveva spiegato come l'uomo potrebbe avere la necessità di adattarsi (di nuovo) alla vita subacquea. "In una ricerca è stato notato che il feto, nelle prime settimane di gestazione, sembra presentare delle formazioni cartilaginee molto simili a branchie, che durante il suo sviluppo però si atrofizzano e all'atto della nascita non sono più presenti. Del resto il fatto potrebbe essere collegato al fatto che bambini appena nati possono rimanere in apnea sott'acqua per ore, abituati all'ambiente della placenta." Era nato allora il discorso delle mutazioni genetiche adattative all'ambiente, con il possibile riattivarsi di queste branchie qualora ve ne fosse l'utilità, ovviamente in tempi evolutivi, ovvero non brevi.]

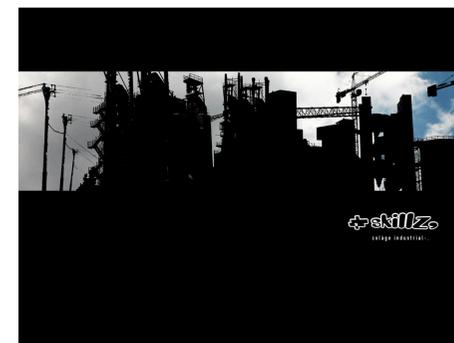
[Era stato chiesto da una ragazza se era possibile mettere a punto una formula che descrivesse l'essere umano. Al di là delle complicazioni tecniche del mettere a punto un modello esauriente per un organismo così complesso, l'implicazione più interessante era stata l'affermare che sarebbe comunque mancato qualcosa. "Recenti studi dicono che nel DNA potrebbe esser inserita traccia, oltre che genetica, anche del passato vissuto dai nostri avi: come se il nostro organismo avesse anche memoria dei predecessori. Questo potrebbe aprire considerazioni sulle possibili combinazioni di basi nelle catene degli acidi nucleici, tuttavia si è calcolato approssimativamente che il numero totale di uomini mai vissuti sia comunque inferiore alle combinazioni totali. È quindi finora rispettata l'unicità dell'individuo." Il discorso si è concluso affermando che "... l'atteggiamento dello scienziato è quello di arrestarsi di fronte a questi interrogativi senza soluzione, come ad esempio quel che è venuto prima dell'uovo cosmico di dimensioni infinitesime che ha generato il Big-Bang. In quel punto l'uomo pone quel che io credo esser Dio, con differenze da persona a persona sulla nomenclatura utilizzata, fatto che per me è ininfluente." Scrivere la formula matematica di un professore ["...nella fattispecie della prof di matematica"] è impossibile: non è un robot, ossia un meccanismo semplificato rispetto agli organismi creati dalla Natura, costruito dall'uomo. Ripeto la differenza meccanismo - organismo. ["Fatemi degli esempi di robot famosi che avete visto..." (i più gettonati sono stati Robocop, Terminator, Alien).] Ma Alien non è un robot! È un alieno, un essere che viene da un altro pianeta. Chi di voi conosce Isaac Asimov?" - (nessuno lo aveva mai sentito nominare. Un ragazzo: "Asinov?") - " Noo... asinov ci sarai tu! Vi racconto una cosa: Asimov è stato il più grande scrittore di storie fantascientifiche, Sci-Fi (Science Fiction) come si dice all'americana, e nel periodo tra le elementari e le medie, lessi un sacco dei suoi libri. Pensate che a sua insaputa formulò le tre leggi fondamentali di quella scienza che poi prese il nome di cibernetica. Primo: un robot non può recare danno a un essere umano, né può permettere che, a causa del suo mancato intervento, un essere umano riceva danno. Secondo: un robot deve obbedire agli ordini impartitigli dagli esseri umani, a meno che tali ordini non contravengano alla Prima Legge. Terzo. Un robot deve proteggere la propria esistenza, a meno che l'autodifesa non entri in conflitto con la Prima o la Seconda Legge. Alcuni hanno fatto notare che, siccome i fondi militari sono la maggior fonte di finanziamento per la ricerca robotica, è improbabile che tali leggi vengano implementate."]

Se scrutiamo la Terra da un satellite in orbita, possiamo vedere (forse illegalmente per via della privacy) anche la bidella che apre la scuola la mattina, con un errore massimo di meno di 30 centimetri. [Si era fatto l'esempio di vedere i fiordi e la loro struttura frattale dallo spazio, e si era caduti nell'esempio di osservare la bidella poiché, come nei frattali, aumentando l'ingrandimento si scoprivano sempre nuovi dettagli. Ci si era posto allora il problema se si potesse vedere all'interno del corpo della bidella, ma quello si fa con altri strumenti. Infatti... (segue)"]

Gli esseri viventi sono formati da organi e tessuti, formati a loro volta da cellule, molecole, atomi e particelle subatomiche, ma hanno un qualcosa in più (quel che nella Bibbia si chiama soffio vitale, o Ruah) che li rende vivi. È lì che noi mettiamo Dio, che può chiamarsi con vari nomi, ma c'è sempre ed è sempre uguale [addirittura disse che Dio avrebbe anche potuto chiamarsi Carta Igienica, se al nome carta igienica fosse stato assegnato in passato, alla nascita della nostra lingua, tale valenza sacra].

Differentemente da tutti gli altri esseri della Natura, l'uomo cerca di prevalere sul prossimo. Un castoro non costruirà mai una diga alta 200 metri per pescare più pesci degli altri e venderli ["...avete mai visto una diga di legno di un castoro che blocca un fiume?"], come una sequoia non crescerà mai più di 100-110 metri perché sa che potrebbe arrecare danno a se stessa e agli altri alberi che ha attorno ["...poiché sopra il limite strutturale dei 127 metri il tronco cederebbe sotto il suo stesso peso, e perché farebbe troppa ombra agli alberi che ha attorno, non permettendo a questi di proliferare. Mi sembra un stile di vita equo e solidale, no?"]. Tutti si dividono le risorse equamente, senza pretese e senza sprechi, meno che l'uomo. ["In un film, Matrix - (che ovviamente tutti avevano visto!) - il signor Smith, il cattivo di turno, difensore del Matrix, cuore meccanico che generava il mondo di finzione per sfruttare gli esseri umani come batterie per il suo sostentamento elettrico, affermava che una sola altra specie si comportava come l'uomo: il virus."]. Anzi l'uomo, per far vedere agli altri che è il più forte, si inventa scherzetti come la bomba atomica, che il povero Enrico Fermi è stato costretto a costruire, anche contro la sua opinione. [Un ragazzo alza la mano: "Mà (Mà stà per Marco, NdGC), chi fu il primo a costruire la bomba atomica?". E lui: "Secondo te? I neozelandesi?! Oppure i senegalesi? Sai cos'è il progetto Manhattan? Gli americani si concentrarono mobilitando tutti i mezzi possibili per costruire una bomba atomica prima della fine della seconda guerra mondiale, e soprattutto prima dei tedeschi..."]

[Nella lezione precedente un ragazzino aveva chiesto se era possibile ricavare, con opportune leggi matematiche, anche la caratteristica forma della foglia di marijuana] La marijuana ha una foglia dalla forma particolare, che assomiglia ad una stella ed è descrivibile in un frattale (credo), ed è pur sempre un prodotto della natura. Alcune piante del genere hanno proprietà utili per chi deve affrontare dure fatiche (come trasportare il cibo in alta montagna): alcuni popoli sudamericani (sulle catene montuose delle Ande) infatti masticano foglie di coca ["... dalla cui raffinazione si ottiene la (alcuni bisbigliano coca-cola... chissà qual è l'ingrediente segreto...) cocaina"] per non sentire la fatica. Può anche essere utile per i malati terminali, per alleviare i dolori fortissimi di cui soffrono [Apra una parentesi sulla terapia del dolore: "... ci sono malati terminali che vanno in coma per il dolore che patiscono. Una terapia del genere li aiuterebbe a spegnersi con maggiore serenità"]. Tuttavia è illegale e ancor peggio nocivo: drogarsi costituisce una violazione della nostra libertà che ci infliggiamo da soli, perché causa dipendenza ed altera la percezione della realtà, e per questo può causare incidenti a noi e agli altri, come del resto



**l'alcool.** Ditemi se non siete d'accordo: non è meglio una vita salutare, e campare cent'anni, invece di morire a trenta solo per giocare meglio a pallone o ballare più a lungo in discoteca? Se preferite morire giovani... [Un ragazzo: "No, no! lo voglio campà cent'anni!" ed un altro: "Ma esistono droghe artificiali?". "Insisto su questo argomento perché quando io facevo la terza media in classe se ne parlò molto approfonditamente, cosa che spero facciano anche i vostri professori. Le droghe artificiali esistono eccome: gli americani per esempio sperimentarono un allucinogeno, l'**LSD**, sui piloti in **Vietnam**. La percezione alterata della realtà li trasformava in macchine da guerra, che senza alcun ritegno bombardavano la giungla col **napalm**, ignari del fatto che stavano uccidendo: bianchi, rossi, verdi, bambini, anziani, animali, piante. Stavano talmente fatti che decollavano e... "che bello, distruggiamo un po' qui" e ridevano, inconsciamente contenti, capito? **Fat Boy Slim**, che produce musica elettronica, fece un video sull'argomento: la canzone era "**Bird Of Prey**", ovvero uccello rapace, e si vedeva un pilota di **F-101**, aereo appunto usato in Vietnam, che veniva a sua insaputa drogato ed appena in quota cominciava ad avere allucinazioni sui bombardamenti al napalm, con chilometri di foresta che esplosevano in quel caratteristico colore giallo-rosso. Comunque se vorrete, ci tornerete su con i professori, che sicuramente ne sanno più di me, essendo anche genitori."]

La vera **Arte** è quella che suscita un'emozione, e la **Natura** è indubbiamente il più grande artista di sempre. L'Arte può manifestarsi in molte forme: una canzone, una poesia, danzare o dipingere per la pura necessità di esprimere un sentimento. L'Arte creata dagli altri può esser interpretata con la nostra chiave, ed è facendola nostra che diventa Arte anche per noi. [Riguardo giudizi ed opinioni sull'arte, devo raccontare questo aneddoto, perché io stesso ero incredulo anche quando mi trovai a fatto compiuto. Durante la prima lezione, che era la sua prima lezione in assoluto, si arrivò a chiacchierare de "L'attimo fuggente - La società dei poeti estinti", gran film con Robin Williams. C'è una scena che in quel momento gli balenò in testa. E volle riproporla, cominciando con: "... l'insegnante fece leggere ad uno dei ragazzi la prima pagina del libro di testo, che recitava più o meno così: "La grandezza di uno scrittore può essere determinata disegnando un grafico cartesiano, nel quale si indichino sull'asse delle ascisse la qualità contenutistica e - (disegnandoli alla lavagna) - su quello delle ordinate quella stilistica... Shakespeare otterrà il massimo su entrambi gli assi, mentre per Blake si disegnerà un rettangolo maggiormente orientato verso le scelte stilistiche. La qualità totale del sonetto andrà di pari passo con l'area sottesa dal rettangolo che lo individua". Il docente allora disse alla classe di strappare quella prima pagina di libro. Tutti erano dapprima un po' titubanti, considerata la stranezza ed il costo del libro, ma alla fine cancellarono simbolicamente quella baggianata - (ecco perché nell'introduzione a questo capitolo si afferma che per i ragazzi l'insegnante debba essere più autorevole dello stesso libro, e che loro debbano ciecamente fidarsi di lui!) - . A quel punto il professore invita gli allievi ad alzarsi in piedi sulla sedia, nel tentativo di fargli capire quanto sia diverso l'ambiente seppur limitato della classe, solo guardandolo da una diversa prospettiva...". Facendo un passo fuori dal film, lì per lì anche i ragazzi di Alvito furono incerti, ma apprezzarono l'idea anche non conoscendo la citazione. Le riprese di quel momento sono memorabili, perché i professori stessi bisbigliavano increduli e sconcertati, ma divertiti. Tuttavia, se anche loro avessero avuto l'accortezza di partecipare all'esperimento, avrebbero dimostrato ai loro ragazzi di esser stati giovani anche loro, e di esserlo ancora. Ma questo purtroppo non è accaduto. "Allora ragazzi, guardate le cose che avete attorno sempre con occhio nuovo, come se foste bambini e le vedeste per la prima volta. Da ogni angolazione."]

**Quel che la scuola deve insegnare** è allora la curiosità, che ci porta a guardare in maniera diversa quel che abbiamo attorno, o quel che vediamo sempre e ci sembra banale (ricordate di guardare le cose sempre da un'altra ottica, ad esempio salendo sulla sedia in una stanza, o girando il foglio al contrario). **La curiosità permette di riflettere e di guardare oltre ed attraverso:** questo è il presupposto per le più grandi realizzazioni dell'uomo, che cerca di prevalere sugli altri, ma cerca anche di superare se stesso e di esplorare l'universo che lo circonda (l'uomo è andato anche sulla Luna!).

Allora quel che studiamo a scuola ci sembra noioso, ma non lo è: ditemi se la matematica della quale vi ho parlato è noiosa! Basta andare oltre, e vedere cosa ci puoi fare con quel che studi: la matematica applicata ha creato la radio, il televisore, il computer, il telefonino, i videogiochi! A me non sembrano cose noiose... ["Noi stiamo a fà le frazioni, ma a che ci servono?!" rumoreggia tutta la classe, un vero casino. Con tono perentorio: "Tre secondi per fare silenzio: uno, due... (è la quiete) tre. Test di verifica. Lo facciamo in cinque, al massimo sei minuti. Un attimo che metto la musica e proietto le domande. Conterò ad alta voce il numero di secondi assegnati per singola domanda, trascorsi i quali passerò alla successiva senza indugi. Chi si lamenta, perde tempo per rispondere, allora è meglio se vi concentrate e fate silenzio."]

### Test di verifica

**1 - Chi ha studiato per primo i frattali? E quando? [La risposta sottolineata è quella corretta]**

- A - Benoit Mandelbrot - 1980 ca
- B - Albert Einstein - 1910 ca
- C - Gaston Julia - 1920 ca
- D - Jean Baptiste Fourier - 1850 ca

**2 - A cosa servono i frattali? [le risposte sono tutte e quattro giuste!]**

- A - A descrivere elementi della natura in linguaggio matematico in maniera più accurata
- B - A creare dei modelli della realtà per utilizzarli in simulazioni di esperimenti al computer
- C - A fare incredibili quadri colorati che sono ben più di uno scarabocchio
- D - A dare una idea di quel che può essere il caos (disordine)

**3 - Raccontami quattro situazioni in cui ti è sembrato di vedere un frattale nella vita quotidiana, o degli oggetti che sembrano avere la sua struttura: [abbiamo detto tornado. Oh, guai a chi scrive tornado eh! (alcuni: "Nooo!"). Conto fino a venti! Pensate in silenzio: si ragiona, non si chiacchiera col vicino. 19 secondi! ("Io ho messo il turbodiesel!") Quello non è un frattale, è un meccanismo del motore... ☺]**

**4 - Descrivi a parole tue a cosa serve il computer in tutta la questione dei frattali. a rappresentare graficamente il risultato di operazioni troppo laboriose per l'uomo**

**5 - Frattale biomorfo? Ma che animale è?**

dal greco: bio = vita, morfo = forma, quindi a forma di organismo vivente

**6 - Quanti frattali è riuscito a visualizzare il signor Mandelbrot?**

- A - 65.536
- B - 18.446.744.073.709.551.616
- C - 1
- D - infiniti!

**7 - Se lo sai, spiegami adesso cosa è un'ammonite...**

fossile databile a 300mln anni fa

**8 - Cosa sono i villi intestinali?**

- A - Se i villi sono con piscina, sono la Beverly Hills del corpo umano
- B - Delle rugosità fittissime
- C - Servono per assorbire le sostanze nutritive presenti nel cibo
- D - Intesti...che?

[Suona la campana della ricreazione: "Tutti fuori! Mi metto alla porta ed uno ad uno mi riconsegnate i fogli." Ed al rientro: "Ok ragazzi, i voti dei compiti in classe. Qualcuno è andato bene, qualcun altro pure. Però, tre cosette... Un animale biomorfo, è una animale che ha doppia vita?! Ma che vi siete visti, Beautiful, ieri sera... non bi-morfo! Bio = vita, morfo = forma, da una lingua oggi caduta in disuso che è il... bulgaro. No, greco." - "La spirale. Oh ragà, 10 e lode a chi ha scritto stà cosa, che so chi è ma non dico il nome: l'aspirale. Questa semmai era l'aspirapolvere: ragà, mi raccomando l'ortografia. Vabbè, non dico chi è (posando il foglio davanti ad Angelo, il ragazzo che l'aveva scritto, tutti ridono visto il tipo...). Poi, creare dei frattali in modo più "accelerato" - (la prof di italiano: "Ma che figura che facciamo!!") - Però questa persona, che è Silvia F., ha preso 8. Vista l'ortografia, è scesa a 6 e mezzo. Hai sprecato un'opportunità...! Ma questa è stata la migliore: il computer, per la questione dei frattali, serve a perfezionare l'idea di una persona. Chi è Rosanna?" - (alza la mano) - "Rosà, spiegami: chi è 'stà persona?" - (con innocenza) "Eh... è la persona che sta al computer" - "... allora aspetta, esprimiti bene però. Può andare: brava, ti sei presa un altro punto."]

[Segue l'utilizzo di un programma che permette di fare un viaggio quasi in tempo reale all'interno di un frattale. "Vedete, questo - (indicandolo con il mouse) - è l'unico frattale che Mandelbrot è riuscito a disegnare. Non come ha detto Angelo che ne ha tracciati 65mila... quello è due alla quindici, che è il numero di colori che si possono visualizzare sullo schermo di un computer - (con 24, 32 bit) - ! Però abbiamo infinite possibilità di visualizzare il frattale." - Seguono gli stralci di discussioni che si ascoltavano: "E se vai a sbattere?", "Frena!", "Mi sa che abbiamo imboccato la via sbagliata...", "Da che parte sterzo?!", "Certo che 'stò computer è proprio 'na ciammotta!" (NdGc, una lumaca in dialetto), "Sfido chiunque a ritrovare la strada qua dentro, è un labirinto!", "Io ci passerei pomeriggio interi a farmi 'sti viaggi", "Di un po', dove vogliamo entrare? Guida tu." - "Dentro le sabbie mobili!", "Ahò, mi fai veni da vomità!", "Ma si può entrare dentro al sole?!", "No, questo è un buco nero, sterza li dentro!", "Cos'è, un vortice, una spirale?", "Stop! Non vi sembra la costa della Sicilia?", "Oh, c'è pure il ponte. Dice che lo fa, a che servirà?", "E' una specie di videogioco" - "Allora come vedi, anche la matematica può essere un gioco..." - "Sì, ma le frazioni... che

palle!" - "Aridaje... quello è solo l'inizio. Non sai che arriva dopo!". "Adesso, ne ho salvati un bel po', scegliete voi quali visitare." - "L'ultimo! / Quello giallo! - (indicando col mouse) - No, a destra!", "Allora facciamo che al tre urlate un numero, e quello che si sente più forte scegliamo" - (tutti urlano) - "Io ho sentito solo 10... allora (contando al contrario) 1,2,3,4...". "No, che schifo quello!", "Non vale, stai a contà dall'altra parte!", "Guardate che bel fiorellino!", "No, quello sotto", "Andiamo là dietro", "Oh, mizzeca", "Ci sono gli alberi delle Hawaii", "Ha detto Angelo che sembrano due che si sbaciucchiano", "Sì, è lui e Annarita!" - (tutti ridono, boh, dinamiche interne delle classi, da indagare...) -, "Tiè, guarda qua che roba!", "Questo che vi sembra?" - "Un gabinetto!" - "Le onde!" - "Un rasoio dell'uva!". Come avrete capito leggendo, la navigazione nel frattale è piaciuta molto, e la fantasia dei ragazzi si è finalmente scatenata tra una risata e l'altra: l'impressione generale è stata di stupore, anche perché era quello lo scopo delle animazioni, che rendono la mole di informazioni più piacevole. Tra colori sgargianti e veloci tunnel di matematica, i ragazzi hanno notato con meraviglia come alcuni dettagli dapprima siano talmente piccoli da non essere visibili. Solo l'azione riesce a far capire davvero cosa sia esplorare un frattale, e fa sì che chi ascolta esterni senza remore quel che gli sta passando per la mente.]

[Prima della visione delle immagini più spettacolari, ci siamo dovuti sottoporre (sottolineo sottoporre) all'ascolto di musica frattale, per la verità un po' cacofonica, ma comunque fruibile. "La sezione strofa-ritornello è periodica, come del resto periodiche sono molte costruzioni dell'uomo, come le forme in architettura e nella tecnica." L'architetto Giancarlo Canepa è intervenuto varie volte durante la proiezione delle immagini, per spronare i ragazzi a non cadere nel solito stereotipo delle montagne a forma di cono, sottolineando il senso di profondità dato dal colore e l'armonia di alcune forme. Le interpretazioni dei ragazzi sono state delle più varie: non smettevano più di giocare con le forme dei frattali. Fiori, fiamme e draghi, radici di alberi, ragnatele, piume, code di pavone, ali di papagallo, maschere, una mummia, fantasmi, meduse, api, soldati in fila con elmi e scudi, rose, stelle, spine e rovi... si è riusciti a vedere più o meno di tutto in quelle figure, tanto che per prova Marco ha ripetuto due volte il loop delle 250 immagini, per vedere se sarebbe stato aggiunto qualcosa di nuovo, e così è stato. "Elaborate anche l'informazione cromatica. Una certa forma lascia presagire qualcosa, ma sono i colori a completare questa idea, altrimenti le figure le avrei fatte in bianco e nero!". E si continuava tra un cubetto di ghiaccio in un bicchiere, un tornado che si porta dietro intere case e pile di documenti svolazzanti, un'esplosione solare, fino a quando la corsa non si è inceppata in una slide (Marco poi



mi disse che l'aveva preparata appositamente) che non sembrava nulla. Il trucco stava nel girarla in diverse posizioni, in modo da proporre un'interpretazione alternativa che scardinasse i canoni del quadro appeso a parete. Dopo la rotazione, infatti: "Una testa!", "Una brocca!", "Un wc!" (!). "Che c'è, ragà? Abbiamo semplicemente girato un'immagine ed ecco, ci è sembrata qualcosa che prima non avevamo visto. Ecco perché vi dico che è importante anche l'occhio con il quale osserviamo quel che ci circonda! Giriamola ancora, cosa vi sembra?" - "Un portafogli aperto, o una borsetta..." - " ...ma come, avevate detto che non vi sembrava nulla! - (si guardano l'un l'altro...) - Guardando da diversi punti di vista, senti quante cose diverse avete detto!". Si continuava: "Alien che si azzannano!", "Foglie!", "Un uccello", e vai giù con patate, qualcosa che sta cadendo per terra e si sta rompendo, fumo e inchiostro che si dissolve nell'acqua quando pulisci i pennelli, montagne, un bozzolo di baco da seta, luce del sole, la strada che va all'inferno, girandole, spighe di grano. E poi una testa con un naso. "Sapete una cosa? Giancarlo nei suoi quadri fa un ragionamento che si avvicina molto al mio. Lui, mosso dalla fantasia, da bambino, nelle cose che vede e poi disegna cerca i riscoprire dei volti. Nel disegnare una roccia che ti ispira un sorriso, forse anche contro la nostra volontà, mettiamo sempre un po' dell'impressione che quella roccia ci dà. E lui mentre la disegna, riesce a far sì che quella roccia rida.]

[C'è molto rumore in aula, i ragazzi sono alla soglia della disattenzione: "Conto fino a tre, e al tre urlate a squarciagola per cinque secondi. Uno due, tre..." - un urlo molto fiacco - "Cos'era?! Manco i pensionati, oh! Dai, un urlo come si deve, vi alzate in piedi e spaccate tutto. Uno, due... tre!". La ripetizione era pianificata, in modo che i ragazzi si scaricassero un po': un macello di cinque secondi, "Stoop!" e tutti di nuovo seduti, in silenzio, attenti alla parte finale della lezione.]

[Si è continuato con gli hypercomplex: mentre il frattale classico sembra un quadro, anche se dà l'impressione di profondità in alcuni casi, i quaternioni sembrano sculture. Giancarlo è intervenuto più volte, perché incuriosito da un'immagine nella quale una roccia è riflessa da un contenitore di alluminio. "Spiego. Allora... il computer può automaticamente calcolare i riflessi con una tecnica che si chiama ray-tracing, che come dice il nome consiste nel proiettare ideali linee dalla virtuale sorgente luminosa, iterando il processo per le riflessioni. Come vedete tantissime cose in Natura, in Matematica, nella tecnica, si basano sull'iterazione, ovvero sul ripetere più volte lo stesso procedimento. Questa immagine potrebbe essere l'n-simo esempio di esperimento realizzabile in simulazione al computer. L'immagine visualizza la diffusione di un liquido in un materiale poroso, in assenza di gravità. Questo esperimento si dovrebbe fare nello spazio: uno fa il biglietto, si porta le attrezzature necessarie, sale sullo shuttle, va in quota, ma mi sembra un po' un casino perché devi spendere 27 milioni di dollari! A cosa potrebbe servire... il petrolio non è che lo trovi in cavità con all'interno un intero giacimento. Il petrolio è diffuso nelle porosità delle rocce: tant'è vero che estraiamo una sostanza bituminosa che poi va raffinata, prima di prenderla dal distributore per metterla nel motorino. Come il gas metano in Siberia: se noi buccassimo con la trivella una cavità fatta in quella maniera, esploderebbe tutto per la brusca variazione di pressione, come quando piantiamo un chiodo in una bombola spray, bucadola...". Si è continuato poi con specchi che si rompono, totem,

sculture Maya: "... l'uomo ha sempre prodotto questo genere di oggetti nella storia. A questo proposito posso avanzare l'ipotesi che **la matematica, come la Natura della quale facciamo parte, è talmente insita in noi da permetterci di esprimerci con il suo stesso linguaggio.** Questo frattale può essere assimilato anche alla **Torre Eiffel.** Quel che fece il signor Eiffel alla fine non è nient'altro che un ragionamento radicato nell'uomo, che nasce dal suo essere - (nell'accezione di esistere) - naturale, e dal suo essere un prodotto naturale. **L'essere umano ha talmente tanti legami con la Natura che trova naturale esprimersi come lei farebbe, e viceversa.** Se ci pensi, perché l'uomo ha fatto questo gesso di questa forma (agitando il gessetto che avevo in mano)? Perché è pratico, come i rami e le radici di un albero sono pratiche soluzioni ad un problema. Anzi, l'uomo inconsapevolmente ragiona come la Natura, anche perché le leggi alle quali devono sottostare li accomunano. Tu vuoi una costruzione solida. L'albero sembra una costruzione solida, no?" - "A voglia!" - "... perché l'albero sta ben piantato per terra con le radici, che vanno sotto di non si sa quanti metri. È fatto poi a cono, che si stringe verso l'alto, ed ha dei rami che si allargano, flessibili, che non si spezzano con un vento normale perché hanno delle foglie che non fanno da vela, lascian passare il vento. Anzi, quelle foglie messe così sono come una miriade di piccoli pannelli solari, che danno l'energia necessaria all'albero per vivere. Porca miseria, ma come avrà fatto la Natura a pensarci?! Allora lo sai che faccio? Lo faccio pure io così, perché funziona. Ti faccio il mio bel grattacielo con le fondamenta profonde, rastremato verso l'alto, con materiali bucati che lascino passare il vento, e tanti pannelli solari, così gli uffici hanno energia elettrica. E questa filosofia costruttiva funziona: non è come i nostri palazzotti a risparmio, che al primo terremoto... **la Natura usa i migliori materiali che sono in circolazione!**" ]

[Arriva poi una slide con una immagine che Giancarlo associa ad una quadro di Boccioni. "Prendo spunto per paragonarlo alla vorticosità de "**La città che sale**" oppure a "**La strada che entra nella casa**", dei quali ho anche a portata di mano una foto, che ora vi mostro... ". Questo è il vantaggio di una lezione diciamo - (usando un termine ormai abusato) - multimediale: dentro un computer portatile possono trovar spazio molti degli interessi e delle conoscenze di una persona, e quindi materiale per tutti i collegamenti interdisciplinari che si hanno al proprio arco. "Erano i tempi delle automobili, dei grattacieli, sembrava tutto andar molto veloce - (mentre oggi sembra troppo (!) veloce) - e Boccioni voleva farsi interprete di quella nuova epoca, che tanto si distaccava dal passato. Descriveva questa sensazione in pittura con forme vorticose e coloratissime, con palazzi che si intravedono ed altrettanto vorticosamente crescono, negli sfondi pieni di impalcature, e con cavalli scattano, seppur tenuti alla corda dall'uomo. Mentre in scultura sottolineava le **linee di forza del movimento, che sono a pensarci bene i vettori fisici che lo descrivono.** ". E poi ancora frattali che sembrano l'Europa, la Pangea e la Pantalassa, scalinate e vetri che si infrangono. Una farfalla, e subito balza di nuovo in mente il concetto di **effetto farfalla:** "... anche il gesto più piccolo può cambiare la storia dell'universo. Il battito delle ali di una farfalla qui in Italia, ragionando alla lunga, potrebbe causare anche un uragano dall'altra parte del mondo! - (incredulità...) - Ecco anche perché, estendendo gli ambiti ad un ragionamento più generale, dobbiamo operare ogni singolo giorno per la pace,



anche nel più piccolo gesto. Quello che sembra una stupidaggine qualsiasi, potrebbe anche cambiar la storia di tutti noi: in qualsiasi momento l'effetto butterfly è in agguato, perché ci è dato vivere in un sistema dinamico caotico non lineare, che è il pianeta Terra." ]

[Stelle di Natale, insetti e ragni per i frattali con simmetrie, un cigno, l'ippocampo, una nave romana, fenicia, o dei vichinghi, ma il tempo era ormai scaduto. "Quando non avete nulla da fare, se vi sembra di attraversare un **periodo di stasi creativa, fate degli scarabocchi casuali sul foglio, operate mischiando casualmente oggetto e colori. Lo prendete, lo osservate attentamente, finché non riconoscete una qualche forma interessante. Ripassate con un colore i contorni di quella forma, eventualmente aggiungendo qualche dettaglio che aiuti a comprenderla e svilupparla. Avete trovato nello scarabocchio un disegno...**" e scatta un esempio: una papera con la testa nell'acqua, si trasforma in un serpente nello scatto di mordere. "... date importanza alle forme che stimolano la vostra immaginazione, anche se vengono da uno stupido, insensato scarabocchio. Un vetro rotto per terra, se guardato da diverse prospettive, è sicuramente interessante: Leonardo consigliava a chiunque volesse stimolare fantasia e creatività, di fissare le crepe e le chiazze di sporco che si formano in un muro in sfacelo oppure le braci di un fuoco. Allora cercate di **recuperare** ogni vostro scarabocchio, anche il disegno uscito male che avete accartocciato e buttato nel cestino, o addirittura bruciato. Forse proprio il fatto di averlo stropicciato gli ha donato quel qualcosa in più. (NdGC: secondo me qui si riferiva a quando qualcuno bruciò tre suoi quadri mentre erano esposti. Il gesto non fu proprio di suo gradimento, ma lasciò affisso un messaggio ben diverso: "Marco Infussi ringrazia vivamente chi ha bruciato e strappato i suoi quadri presso l'installazione. Hanno un tocco decisamente più "rusted" ora. Sarebbe anche lieto di avviare una più proficua collaborazione.". E vi assicuro che quei tre quadretti che lui diceva esser penosi, ora gli piacciono molto di più.) Guardatelo anche al contrario, o **controluce**, come la carta della pizza quando è unta...". L'architetto Canepa intervienne: "Pensate che **la carta accartocciata può essere anche una scultura...**" ]

[ "Ragazzi, concludiamo qui. Volevo dirvi che spero abbiate imparato qualcosa, tra uno scherzo e una risata. Sono felice. Anche se proprio ieri pomeriggio è morta mia zia Mariapia. Ecco perché ho insistito tanto sul concetto di dolore e sul quel che potreste fare della vostra vita... forse un giorno amerete davvero qualcosa, tanto che vorrete farlo anche contro il parere di tutto il resto del mondo. Vorrete continuare a far vivere dentro di voi le persone che ci hanno lasciato. Prendetelo come spunto e come impegno: fate di tutto, anche al posto di chi non c'è più. In Giappone si fa festa quando qualcuno muore, quindi capite che è tutta una questione di considerare gli eventi con un'altra ottica. Spero queste lezioni vi abbiano insegnato ad esser curiosi ed a vedere la scuola come una palestra di vita... bella ragazza, alla prossima. ]

[NdGC: perdonatemi se questa parte di testo è stata noiosa. Le scene in video sono ben più divertenti, ma partecipare a tutte e tre le lezioni forse lo sarebbe stato ancora di più. E poi non sono granché come scrittore, mi è difficile riportare efficacemente le emozioni di quei momenti. Lo scopo era comunque quello di dimostrare che gli obiettivi prefissati sono stati pienamente raggiunti: i ragazzi hanno appreso divertendosi, ed i professori stessi ridevano con il preside, scoprendo anche che tanti ragazzi, sempre miti e poco reattivi in classe, se messi nelle giuste condizioni riescono a dare un inaspettato contributo. Tralascio poi lo spasso, che è stato purtroppo tutto mio, di scoprire che più giovani si è, più si riesce ad apprezzare la semplicità del mondo, delle opere della natura e dell'essere umano. È questa innocenza che ci permette di apprezzare davvero l'Arte, senza troppi tecnicismi o formalismi, senza malcelate invidie, senza la necessità del successo, di essere noti ed apprezzati. Piccolo Principe, quanto vorrei che i grandi smettessero di pensare ai numeri, di chiedere quanti anni hai o quanto sei alto, in favore di una vita serena, spirituale, fatta di forme, suoni e colori!].

WET GRAPHIQUE



# 5

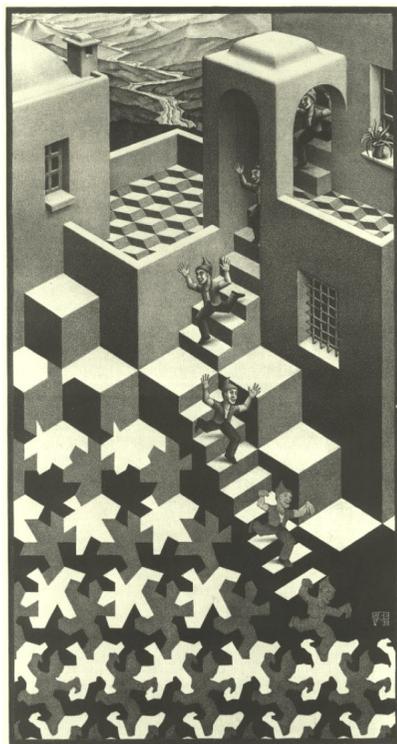
capitolo quinto

### Maurits Cornelis Escher

L'arte, specchio dei corsi e ricorsi storici e della cultura, è sempre andata di pari passo con i cambiamenti sociali. Ha inglobato molti dei risultati della scienza, partendo dalla prospettiva, utilizzando in quantità crescente **la matematica come strumento conoscitivo, compositivo, ed anche speculativo**. Questo processo è evidente nell'arte classica, perché prima del ventesimo secolo non si era ancora verificata la settorializzazione alla quale assistiamo oggi, e l'artista svolgeva nell'eventualità anche il ruolo di architetto, ingegnere, scienziato, raggiungendo nella maturità atteggiamenti da pensatore o filosofo. Il genio di un tempo era a tutto tondo, ed era inventore. Per soddisfare le proprie necessità, per agevolarsi il lavoro, l'artista ha sempre creato o sfruttato la tecnica, che via via si è sviluppata fino ad assumere una autonomia dalla tradizione artigiana. Arte, artigianato e tecnica erano un tutt'uno prima delle rivoluzioni industriali: esattamente il contrario di come la società vuole oggi, con tutti i vincoli che sono stati posti al libero pensiero ed alla sua applicazione.

Nella storia moderna c'è però un artista che, riunendo nella propria opera diversi orizzonti come si faceva un tempo, ha dimostrato che non servono qualifiche particolari per aggiungere nuove conoscenze allo

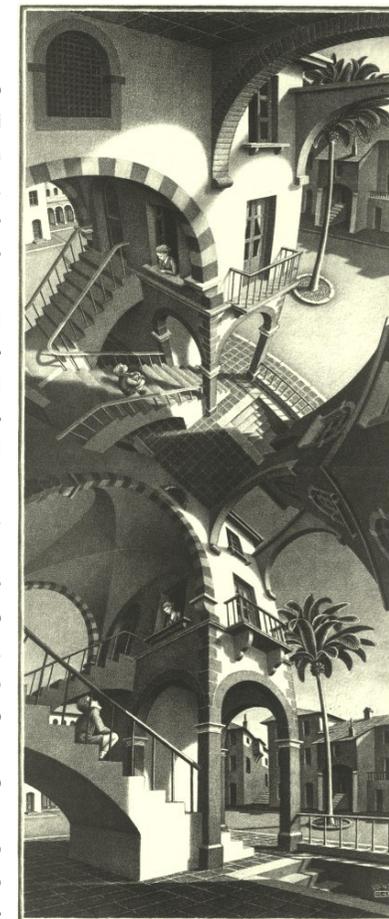
scibile umano. L'attività di **Maurits Cornelis Escher** ha ruotato per tutta la vita attorno al concetto di spazio (la sua geometria e logica) ed in particolare, forse anche a sua insaputa, si è incentrata sullo stretto rapporto tra scienza ed arte, sfruttando le possibilità offerte dalla matematica. Tutt'oggi non si riesce a catalogarlo, anche se personalmente non ne vedo la necessità, poiché si è sempre preposto scopi diversi dai suoi contemporanei. I suoi accorgimenti geometrici vanno a ricercare con approccio scientifico le situazioni limite nelle quali la percezione dello spazio è incerta, anticipando alcuni risultati della teoria della Gestalt, ma la sua opera è permeata da un intenso simbolismo, che la tramuta in arte, non in un mero esercizio intellettuale. Escher dimostra come anche la più irrazionale attività di pensiero dell'uomo (...anche se bisogna sfatare il mito che l'arte sia un qualcosa di irrazionale. Non deriva forse dal pensiero? Ed il pensiero può essere irrazionale?) possa avere un valore euristico, di ricerca, che trovi un corrispettivo nella natura, nella scienza e poi nella pratica. Spesso **l'immaginazione fornisce idee utili ad un loro successivo sviluppo tecnico**: nella litografia "Alto&Basso" ad esempio, l'effetto è quello di un moderno fish-eye, l'obiettivo che deforma lo spazio in



modo curvilineo.

Escher nacque a Leeuwarden in Olanda nel 1898. Avendo avuto difficoltà nell'ottenere il diploma alle scuole superiori decise di fare esperienza come architetto ad Haarlem nel 1919 ma ben presto si dedicò alle arti grafiche. Gli studi successivi alla sua visita nel 1936 all'**Alhambra** si concentrarono sulla suddivisione regolare del piano e sullo sviluppo di forme ornamentali che utilizzassero figure geometriche, come parallelogrammi, rettangoli, quadrati, triangoli, rombi, esagoni, e leggi di traslazione, rotazione e simmetria. **La geometria è alla base della più intima composizione della materia (vedi reticoli cristallini in fisica dello stato solido), e quindi è funzionalmente presente in ogni oggetto che ci circonda**. I suoi lavori suscitavano l'interesse di matematici e cristallografi, avendo a che fare con "quei principi fondamentali della natura nei quali c'è qualcosa che toglie il fiato". Le celle cristalline, come le strutture molecolari, non sono creazioni della mente umana, esse "sono", esistono. In un attimo di lucidità l'uomo può al più carpirne la persistenza e rendersi conto che sono la concretizzazione di leggi matematiche e geometriche, attraverso le quali si vede il riflesso del Bello, l'insondabilità del mistero della vita, la quantità di dettagli presenti nel cosmo.

"**Ordine e caos**" (1950) propone oggetti rotti dall'aspetto disordinato che attorniano un forma perfetta, che li riflette. Diceva Escher riguardo il suo simbolismo: "**Nei miei quadri cerco di rendere testimonianza del fatto che viviamo in un mondo bello e ordinato, e non in un caos senza regole come a volte può sembrare**". Utilizzò come esempio di aberrazione del concetto dentro/fuori l'iconografia del nastro di Moebius, un oggetto matematico, caso particolare di superficie che permette il passaggio dall'avanti al dietro senza soluzione di continuità, fatto impossibile per le superfici bilatere (come il cono o la sfera). Anche non possedendo specifiche conoscenze scientifiche, con le sue opere grafiche (oggetti impossibili, deformazioni, tassellazioni, ambiguità geometriche) è stato capace di anticipare aspetti matematici scoperti solo in un secondo momento.



### Tassellazioni, solidi platonici, logica dello spazio

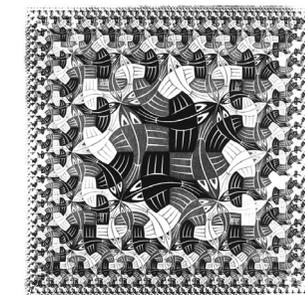
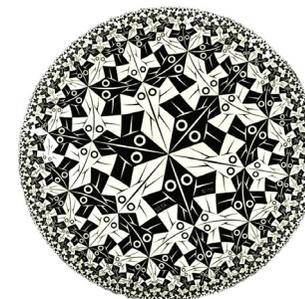
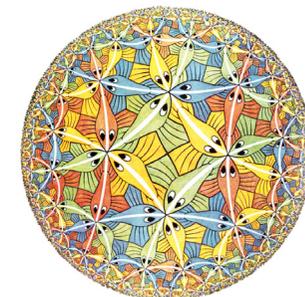
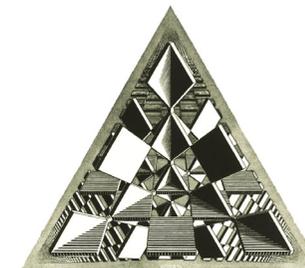
Le tassellazioni, **suddivisioni regolari del piano**, sono disposizioni di forme poligonali chiuse che ricoprono completamente il piano senza sovrapporsi l'una con l'altra né lasciare spazi vuoti. Una delle massime espressioni di questo stile sono le lunghe metamorfosi (*Metamorphose I/II*) che fondono insieme vari tipi di tassellazioni, a base di poligoni regolari e non, che interagiscono reciprocamente in un lungo viaggio fatto di intrecci geometrici e simbolismi. Nel 1957 scrisse un articolo sull'argomento, sostenendo che **le tassellazioni non erano solamente un problema matematico: i matematici avevano aperto la porta per un ampio dominio, ma non vi si erano mai addentrati. Per loro natura i matematici sono più interessati alla maniera nella quale aprire i cancelli, più che al giardino che vi risiede dietro**: hanno mostrato che di tutti i poligoni regolari solo il triangolo, il quadrato e l'esagono possono essere utilizzati per ricoprire il piano. Ma molti poligoni irregolari possiedono questa peculiarità: Escher scardinò i patterns semplici, applicò trasformazioni planari, riflessioni, traslazioni, rotazioni, fino ad ottenere una grande varietà di riempimenti. Distorcendo le forme riuscì a trasformare le mattonelle costitutive nelle più svariate figure, in particolare animali. Per preservare la tassellazione le distorsioni devono obbedire a tre, quattro o sei piani di simmetria. Non pago della difficoltà, in "Rettili" realizzò anche un pattern che prende volume fino ad uscire dal disegno, per fare un giretto e poi rientrarvi.



Anche i solidi regolari esercitavano un grande fascino su Escher: esistono solo cinque poliedri con facce esattamente poligonali, i cosiddetti **solidi Platonici**. Il tetraedro, con quattro facce triangolari (struttura del diamante); il cubo, con sei facce quadrate; l'ottaedro, con otto facce triangolari; il dodecaedro, con dodici facce pentagonali; l'icosaedro, con venti facce triangolari. In "Quattro solidi regolari" Escher interseca quattro solidi Platonici in modo da allineare i loro piani di simmetria, rappresentandoli in trasparenza in modo che possano essere distinti l'uno dall'altro. Ma quale dei cinque manca? Forse il restante è ottenibile dagli altri tramite operazioni di insiemistica. Ci sono molti interessanti solidi ottenibili dall'intersezione o dalla **stellazione** (sostituzione delle facce con piramidi) di quelli platonici. Infatti ancora in "Ordine e caos" la figura perfetta posta al centro è un dodecaedro stellato, con inscritta una sfera cristallina riflettente, illuminata da una finestra riconoscibile nel riflesso della sfera.

I lavori più importanti dal punto di vista matematico sono quelli che hanno a che fare con la natura dello spazio stesso. "Three intersecting planes" gioca sull'abilità della mente di distinguere o figurarsi la tridimensionalità da una rappresentazione bidimensionale. Ispirato da un libro del matematico H.S.M Coxeter, Escher propose anche **rappresentazioni dello spazio iperbolico** (non-euclideo, Poincaré), come ad esempio in "Circe Limit III", mettendo in mostra l'impossibilità di ottenere linee perpendicolari e parallele. "Snakes" invece crea uno spazio infinito con anelli che si restringono e si agganciano vicendevolmente. Oltre alle geometrie euclidee e non, Escher era interessato negli **aspetti visivi della Topologia**, branca della matematica (molto fiorente mentre era in vita) che studia gli spazi invarianti alle distorsioni. In "Möbius Strip II" propose appunto il paradosso delle formiche che non camminano su lati opposti del nastro, ma sullo stesso.

"Print Gallery" è un'altra famosa litografia che esplora sia la logica che la topologia dello spazio. Un ragazzo in una galleria d'arte guarda una stampa di una città di mare con un negozio sul porto. Tale negozio è però una galleria d'arte, con dentro un ragazzo che osserva una stampa con una città di mare: Escher è riuscito a contorcere lo spazio dentro se stesso, facendo apparire il ragazzo simultaneamente dentro e fuori la scena rappresentata. Il segreto

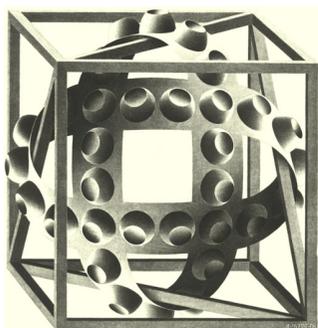




può essere svelato osservando le griglie preparatorie per questa opera: la scala della griglia cresce continuamente in senso orario, a spirale, e ciò comporta un buco nel centro che corrisponde ad una singolarità matematica, punto nel quale il tessuto spaziale perde di consistenza. Ed è proprio lì che Escher pone le sue iniziali, marchio di fabbrica, anche perché sarebbe stato impossibile ricucire il vuoto creatosi.

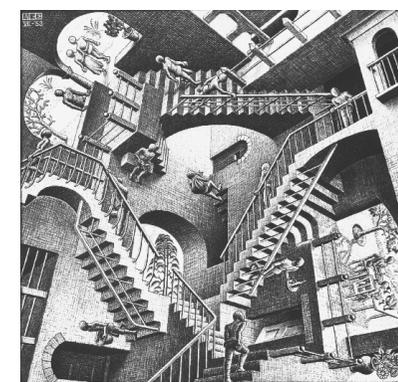
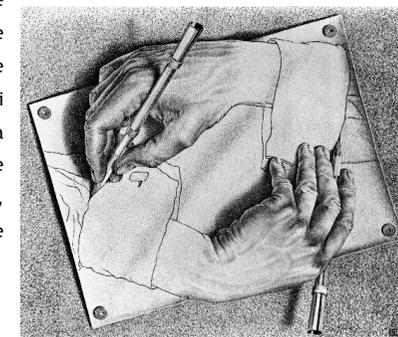
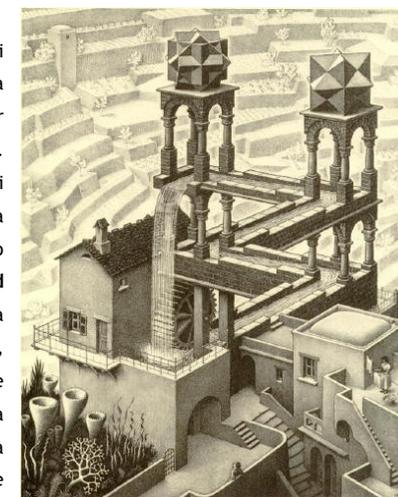
Con **logica dello spazio** si intendono le necessarie relazioni spaziali tra oggetti fisici che, violate, risultano in paradossi percettivi, chiamati a volte illusioni ottiche. Tutti gli artisti hanno a che fare con le regole della logica dello spazio, ed alcuni (come Picasso) le hanno esplorate per sfruttarle ai limiti della loro validità. Escher capì come la geometria dello spazio ne determina la logica, e viceversa, applicando di conseguenza il gioco tra luce ed ombra utilizzato per dare l'impressione di oggetti concavi o convessi. Nella litografia **"Cube with Ribbons"** i rilievi sulle bande sono l'indizio che ci fa capire la maniera nella quale sono intersecati con il cubo: ma se dovessimo obbedire a quello che ci dicono i nostri occhi, non dovremmo credere a quel che ci dicono i nastri. Escher estese il procedimento alla prospettiva. In ogni disegno prospettico i punti di fuga sono scelti per rappresentare il punto (o i punti) all'infinito (studiati da Alberti e Desargues, fino alla **moderna geometria proiettiva**); ma introducendo inusuali punti di fuga e forzando gli elementi della composizione, Escher riuscì a realizzare scene nelle quali i concetti di alto e basso, destra e sinistra, diventano ambigui, a seconda dei punti di vista. Nello studio per **"Alto e Basso"**, pose cinque punti di fuga: in alto a destra, in alto a sinistra, in basso a destra, in basso a sinistra ed al centro. Il risultato è che l'osservatore guarda la stessa scena, nella metà superiore della composizione dall'alto, nella metà inferiore dal basso.

Un ultimo esempio di disegno impossibile gioca sulla capacità del cervello umano di costruire una immagine tridimensionale dagli indizi ricavabili da una a due dimensioni: uno dei più comuni è basato sull'idea del matematico Penrose, con il suo triangolo, ed è contenuto anche nella litografia **"Waterfall"**. La cascata è un sistema chiuso con un mulino in moto perpetuo, che viola la legge di conservazione dell'energia; alle sommità delle torri sono posti ottaedri intersecati a cubi ed in basso della vegetazione fantastica



che ricorda l'iconografia di Hieronimus Bosch.

Quel che si è visto finora permette di scoprire gli innumerevoli punti di contatto tra l'opera di Escher e la scienza, in particolare la matematica. Ma c'è un motivo per il quale questo artista è collegato ai frattali. L'**autosomiglianza** è un concetto sempre presente nei pensieri di Escher, sia come ripetizione a scala continuamente ridotta, sia come artificio retorico-pittorico per le sue simbologie. **"Drawing Hands"** e **"Fish and Scales"** catturano l'idea in due maniere differenti. Nella prima opera, le mani si disegnano scambievolmente, rappresentando l'avvicendamento tra generazioni (una delle due è più in là con gli anni) e la maniera con cui la coscienza evolve, modificando e costruendo se stessa. Nella seconda l'autosomiglianza è funzionale: questa incisione non descrive solo i pesci, ma tutti gli organismi, anche se fisicamente non sono costituiti da copie rimpicciolite di se stessi. Si riferisce al fatto che ogni cellula porta con se l'informazione che descrive l'intera creatura, nella forma di DNA. Si può quindi parlare di un'autosomiglianza a messaggio sociale, che nasce quando le percezioni di due individui si incrociano, si riflettono l'una nell'altra, intersecandosi, come l'artista è riflesso nel suo lavoro e viceversa.



## Presunte avanguardie artistiche

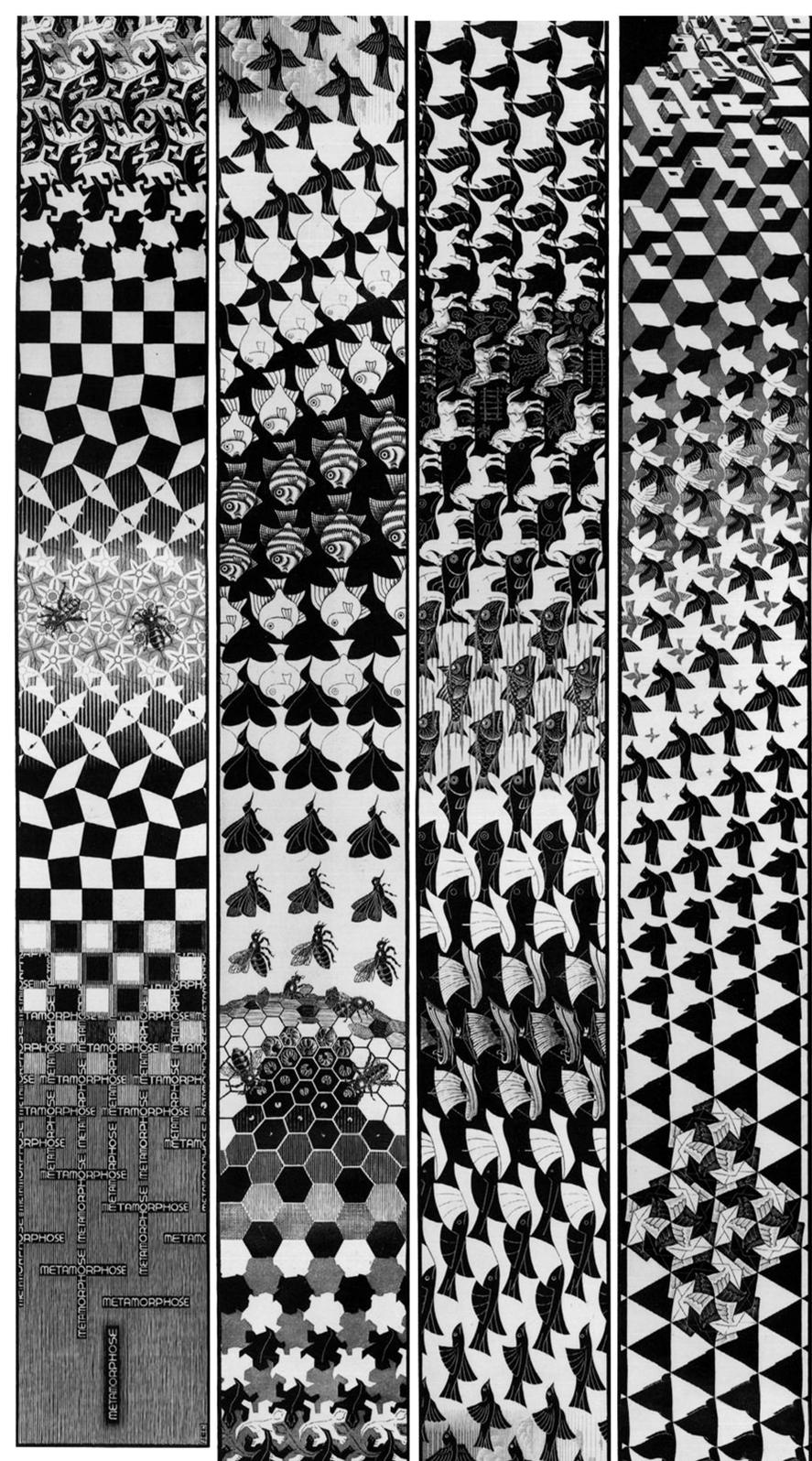
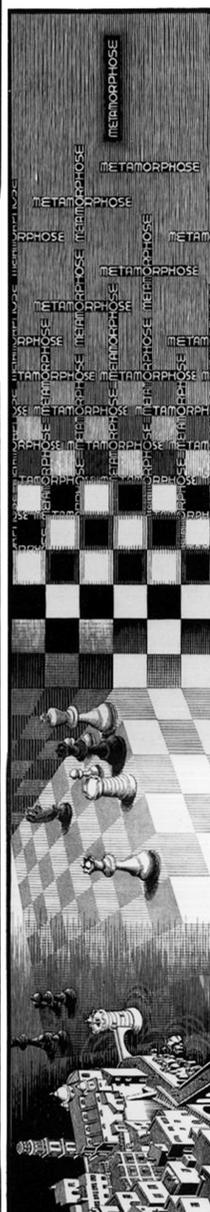
Oltre ad Escher, anche altri artisti hanno avuto a che fare con approcci matematici, come Tamàs Farkas (1985). Restringendo gli interessi a sistemi dinamici caotici, Jackson Pollock e Mark Tobey potrebbero essere considerati due precursori, in quanto alcune loro opere sono state prodotte con processi casuali ed istintivi. Singolare è stato però un movimento sorto negli anni Novanta: alla diffusione del concetto di frattale, alcuni individui ne hanno ricavato degli slogan per giustificare le qualità (presunte) delle loro opere, formando un movimento (secondo me, più un fuoco di paglia) all'occasione di una mostra in una galleria virtuale francese, tale NArt, ad oggi inesistente. Più volte durante questo saggio mi sono riferito all'argomento, senza fornire motivazioni precise: riporto adesso il manifesto del gruppo Arte & Complessità (originale in francese).



*“The manifesto of the Art and Complexity Group. We are gathering on the ground of common proposals. Through our works, this group asserts the paradigm of the chaotic-fractal complexity. First of all, the problematics of Art and Complexity is a visual organization, the potential for a boundless construction in an endless process. Our fractalist activity emerges through universes full of random proliferous shapes. We are giving up the Euclidean rationality to the benefit of unexpected and unplanned processes. The labyrinthine vision and its random path propose to rebuild the imagination and to open a new perspective. In the order-disorder spiral, the work is the ephemeral emergence of a hybridation and a crossing. The fractalist activity, from painting to the most recent technologies, crystallizes a materialization field for lattices, scale plays, proliferation, self-similarity, hybridation, recursivity, lossy structures, butterfly effect, strange attractors, infinitization. All our works are maximalist. This is through the excess of informations that one reaches the fractal vertigo. The paradigm of the chaotic-fractal complexity constitutes the privileged dynamics of the modern research for practices and knowledge. We now enter a complete rebirth of the creation model.”*

Segue una mia approssimativa traduzione. “Il manifesto del gruppo Arte & Complessità. Ci stiamo riunendo a causa di proposte comuni. Attraverso i nostri lavori, il gruppo asserisce il paradigma della complessità caotica e frattale. Le problematiche che affrontiamo sono l'organizzazione visiva, potenzialità per una costruzione senza confini in un processo infinito. La nostra attività frattalista emerge attraverso universi pieni di forme proliferi e casuali. Accantoniamo la razionalità Euclidea in virtù dei benefici che nascono da processi inaspettati e non pianificati. La visione labirintica ed il suo percorso casuale propongono di

maurits cornelis escher  
1898 / 1972  
metamorphose I



ricostruire l'immaginazione ed aprire nuove prospettive. Nella spirale ordine-disordine, l'opera è una effimera manifestazione dell'ibridazione e degli incroci. L'attività frattalista, dalla pittura alle più recenti tecnologie, cristallizza un campo di materializzazione per lattici, giochi di scala dimensionale, proliferazione, autosomiglianza, ibridazione, ricorsività, sistemi dinamici caotici, effetto farfalla, attrattori strani, limite all'infinito. Tutti i nostri lavori sono massimalisti. È tramite l'eccesso di informazioni che si raggiunge la vertigine frattale. Il paradigma della complessità caotico-frattale costituisce la dinamica privilegiata per la moderna ricerca di prove e conoscenza. Introduremo ora una completa rinascita del modello di creazione.”

Credo che quel che ho affermato nell'introduzione ora sia chiaro per tutti. Questo genere di posizioni non ha alcun senso. Possiedo una copia di un libretto futurista, con le idee di Boccioni esposte al **Circolo Internazionale Artistico di Roma il 29 Maggio 1911**, e capisco che quel caso sia passato alla storia per l'importanza della provocazione, e perché realmente in quelle dieci pagine si vollero gettare le basi per una concreta evoluzione dello stile artistico del tempo, volto ad integrare nei suoi aspetti la modernità, che a quei tempi galoppava dirompente in città. **Da quel momento in poi, quanti strani stili hanno avuto il loro manifesto, approfittando dell'idea futurista!**

Non-euclideo è stata nel secolo scorso un'etichetta di modernismo, dapprima applicata ai pittori cubisti, poi alle avanguardie. È stata anche una scusa per molti, che hanno provato a rappresentare “la cosiddetta quarta dimensione”. Ma figuriamoci: è già difficile rappresentare su tela la terza... Come già affermato in precedenza, la vera natura di queste supposte qualità artistiche è quella di slogan alla moda, del tipo “il mondo è una spirale”, metabolizzati in seguito alla popolarità delle rivoluzionarie teorie del secolo scorso (basti pensare alla relatività di Einstein: tutti ne parlano, ma in verità nessuno sa cosa sia, all'infuori di chi conosce la scienza). La verità è che “visioni stroboscopiche” e “dimensioni spaziali extra” sono termini abusati, con i quali si sono giustificati tentativi senza né capo né coda. Tale giornalista Henri François Debailleux connette questi termini con la “vertigine dell'infinito”, spiegando che i viaggi nell'infinito impiegano un certo tempo, e quindi si ricorre all'interpretazione della quarta dimensione in termini di tempo. Che stupidaggine. La caratteristica di non-euclideo verrebbe quindi da questa ulteriore dimensione: “il principio euclideo è ormai andato, bisogna cercare la prospettiva che risiede nel tempo”, afferma. Il filosofo Christine Buci Glucksmann utilizza il termine in due accezioni: “*I frattali affascinano gli artisti poiché sono la risposta alla ricerca di figure non formali, come possono essere una spiaggia, una nube, un mucchio di foglie, le radici di una pianta o un cavolfiore*”. Beh, certo, ma gli artisti classici non è che dovevano aspettare Mandelbrot per dipingere la natura. E si continua con: “*I frattali sono curve con una complessità infinita in uno spazio finito. Da qui la nozione chiave di dimensione, che non è intera, nel senso che crea spazi con due o tre dimensioni*”. Questa considerazione dimostra come si sia travisato un po' il senso del tutto.

Ammetto però che almeno una riflessione può essere accettata: “*Contrariamente ai punti di riferimento euclidei, che permettono la distinzione delle costanti destra, sinistra, sopra, sotto, leggero, pesante, qui la nozione di dimensione non può esser estrapolata dal punto di vista utilizzato*”. Applicata alla pittura moderna, ed in particolare alle immagini frattali, può essere una caratteristica sulla quale giocare. La

manca di orientamenti canonici in fin dei conti è una caratteristica che ho sfruttato anch'io nei miei lavori, come si vedrà nel prossimo capitolo. **Cade un ultimo baluardo di oggettività, che è quello dell'orientamento spaziale preferito o preferibile dell'opera, per una corretta osservazione.**

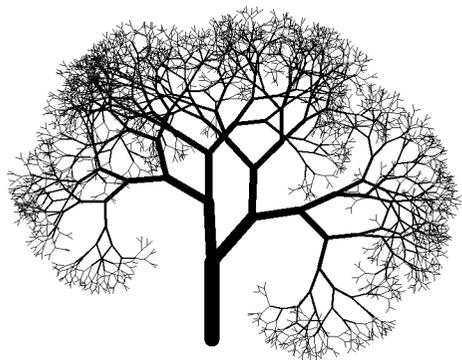
Ma il meglio deve ancora arrivare: che vi sia d'esempio per capire fino a che punto possa spingersi la fantasia degli opinionisti e dei cosiddetti critici d'arte. La scrittrice Susan Condè afferma che queste figure possono essere importanti perché “...ogni forma incarna un modo di ragionare, tratteggia un sistema di pensiero, una filosofia comportamentale, un maniera di rappresentare”, prefigurando che nuovi stili pittorici e nuove attitudini emergeranno dalle forme frattali. Uno dei pittori frattalisti, Cesar Henao, getta infine la pietra miliare: “...a new existential fact: the geometries of the non-Euclidean illusion put forward the fractal and protofractal multimomenta that are crossing the reflexive nature and its projection in the art”. (forse traducibile in: “...è un nuovo fatto esistenziale: le geometrie dell'illusione non euclidea fanno avanzare i multimomenti frattali e protofrattali che incrociano la natura riflessiva e la sua proiezione nell'arte”, ovvero?).

Preferirei non dilungarmi su certe baggianate.

La locuzione “non euclideo” ha un suo preciso senso, ma è stata piegata ad interpretazioni difficilmente fruibili. Fatto molto comune oggi: almeno la metà delle opinioni che ho letto su opere di arte moderna contiene questa tendenza in forma latente. Mi sento preso in giro da tutti coloro che, palesemente, si atteggiavano da inventori dell'acqua calda. Un vero artista è talmente consapevole di quel che sta creando, visto che coincide con la sua vita, da non sentire la necessità di criptarne i contenuti. Perché dovrebbe? Altrimenti gli copiano l'idea? Tanto, una volta vista l'opera, si può prescindere anche da tutte le parole del mondo. Oppure per crearsi uno status da intellettuale? Si ottiene il risultato contrario: se si va avanti a locuzioni senza senso, l'arte non arriverà mai ad equipararsi a filosofia e scienza.

L'Arte non deve essere fine a se stessa, altrimenti rimane uno sterile virtuosismo. Può avere tanti fini: esprimere dei sentimenti, idee o concetti, e soprattutto avere importanza nella vita di chi si trova a crearla o ad osservarla, che sia didattica o spirituale.

È qui che l'arte può equipararsi alla filosofia ed alla scienza. Discutere l'adesso nell'arte sarebbe l'auto-perpetrazione di una truffa. Che l'umanità viva ed operi nel presente, con tranquillità, senza arroccarsi su posizioni difficilmente difendibili e senza smaniare per quel che non è, per un futuro che ancora non esiste. Che continui a studiare intensamente il passato, e ne ricavi tutte le lezioni che può insegnare (storia magistra vitae!). Ci sono tante belle giornate lì fuori... la Natura ci aspetta, va alla stessa lentissima velocità di un tempo, quella con la quale siamo nati. Può fornirci molto più materiale di quel che cerchiamo nella modernità, e non vuole altro che essere vissuta.



### ***parte terza***

***amo la modernità, e so precisamente il perchè: gli uccelli sono sempre meravigliosamente vestiti.  
progresso è un termine spogliato del suo significato: una mucca che nutre il mondo,  
continuerà sempre a camminare a tre chilometri l'ora.***



# 6

capitolo sesto

### Arte, Percezione della Realtà, Scienza

I frattali hanno trovato rappresentazioni nell'arte ben prima che fossero teorizzati e poi disegnati dai matematici. L'uomo ha spesso utilizzato motivi (patterns) geometrici ripetuti come elementi decorativi in vasi, nell'architettura, nella scrittura, ed in seguito nelle tecniche tipografiche. L'illuminazione calligrafica del libro celtico di Kell, una conchiglia, ed un particolare della cattedrale gotica di Ely, nel Regno Unito (in figura), ne sono la dimostrazione. Non capisco invece perché mai nessun artista del passato si sia fermato a ri-considerare la struttura del cavolfiore, i piani di sfaldamento di alcuni minerali, o semplicemente le foglie, per trarne forme ornamentali... forse essendo noi troppo abituati a non vederci nulla di interessante, non riusciamo a considerarne le nobili origini. L'autosimilarità in sé infatti non è capace di scatenare la "fractal - vertigo", quel fascino misterioso che emana da queste figure. Ci vuole qualcos'altro: l'uomo cerca il Bello. Forse nell'arte classica i tempi non erano ancora maturi. Molti campi del sapere sono diventati accessibili solo in seguito alle varie invenzioni che hanno amplificato le capacità sensoriali dell'uomo, in particolare quelle visive, nostro senso maggiormente sviluppato.

I bizzarri rapporti che contribuiscono a formare la percezione del mondo esterno, potrebbero esser verificati mostrando ad esempio una scultura moderna ad un gruppo di volontari con il suo titolo, e a un altro con l'etichetta "senza titolo". Si potrebbero misurare i tempi di ispezione, i movimenti degli occhi. Tutto dipende dalla disposizione d'animo dell'osservatore. Pensandoci, l'arte più adatta a verificare gli effetti di queste istruzioni è la musica: non ci sono brani che, ascoltati in diverse condizioni emotive, ci trasmettono diverse sensazioni? E non ci sono componimenti che sentiamo pizzicare armoniosamente le corde del nostro cuore, mentre altri ci trasmettono percezioni negative? Uno studio ha infatti dimostrato che alcuni stili musicali seguono la proporzione  $1/f$  associata con le frequenze frattali, riscontrabile anche in fenomeni fisici come i processi di interferenza del rumore, oppure in natura con il suono prodotto dallo scorrere di un fiume (Voss e Clark, 1975).

Questo collegamento sottolinea di nuovo lo **strettissimo legame**



tra il mondo della Creatività e la sua prima e principale fonte d'ispirazione, la Natura. A sua volta questa è indissolubilmente legata alla matematica, e quindi all'astrazione: capacità della mente umana alla quale vanno fatti risalire tutti i processi conoscitivi, che tendono a semplificare e scomporre, procedimento comune sia all'Arte che alla Scienza.

### Croste di concetti

Due primitivi incidono figure di animali preistorici sulle pareti di una caverna; accanto a loro siede un uomo con tavolozza e pennelli che dipinge una tela. Un cavernicolo afferma: "...così è più facile e veloce, non è ugualmente arte!". Questa storiella semplice, ma efficace, può farci capire come alcuni pensatori vadano complicandosi la vita con l'avanzare degli anni. Riflettere troppo a lungo su cosa non sia arte (quella degli altri), o su cosa dovrebbe esserlo (la loro...), annulla per giunta la capacità di scrivere o dipingere. **Ma che vuol dire, domando io, cercare l'oggettività, se non fissarsi in un sentimento, rappersersi, irrigidirsi, incrostarsi in esso?** E dunque, arrestare in noi il perpetuo movimento vitale, far di noi tanti piccoli e miseri stagni in attesa di putrefazione? Mentre la vita è flusso continuo, incandescente e indistinto. La vita è il vento, la vita è il mare, la vita è il fuoco; non la terra che si incrosta e assume forma. Ogni forma è la morte. Non voglio che il mio spirito mi s'indurisca anch'esso in una crosta di concetti.

### Nuovi medium e loro potenzialità

Probabilmente da quando qualcuno si è accorto delle capacità espressive dell'uomo, qualcun altro ha sentito la necessità di qualificare i suoi manufatti come arte o no, forse già per specularci sopra. Non implicando problemi di ordine etico o morale, ogni nuovo medium, come quello digitale, in gran parte inesplorato, deve esser utilizzato indiscriminatamente per le sue potenzialità. Forse anche agli albori ci si chiedeva se realmente la pittura fosse mai servita a qualcosa, ma i secoli ce l'hanno tramandata come una delle più alte espressioni del genere umano. Lasciamo che la creatività faccia il suo corso, non ostacoliamola, non cerchiamo di imbrigliare in categorie una cosa che non segue leggi e che è libera per natura (badate, sto parlando della creatività: Arte e Scienza sono libere, ma seguono delle leggi). Le nuove tecniche sono sempre meglio recepite da coloro che non ne conoscono nulla, poiché hanno l'atteggiamento tipico dei bambini, che non contiene preconcetti, ma solo sensazioni e percezioni. Lo sguardo deve esser rivolto a quel che si è creato, non agli aspetti tecnici. L'Arte allora può esser considerata un po' come la Scienza del Bello.

Con Henri Cartier-Bresson: "Pictures, regardless of how they are created and recreated, are intended to be looked at. This brings to the forefront not the technology of imaging, which of course is important, but rather what we might call the eyenology (seeing)..." (Le immagini, senza tener conto di come siano state create o riprodotte, sono fatte per esser guardate. Questo porta in primo piano non la tecnologia, che ovviamente è importante, ma quel che si potrebbe piuttosto chiamare la percezione che ha l'uomo di ciò che lo circonda - la visione - ).

L'arte frattale è un sottoinsieme dell'arte digitale, poiché utilizza per strumento un computer, che è un mezzo, non un fine. Se Leonardo avesse posseduto un computer per realizzare la sfortunata "Battaglia di Anghiari", non credo l'avrebbe lasciato spento, anzi. È invece sterile virtuosismo cercare di ottenere in digitale gli stessi risultati di un olio su tela: si otterrebbe un surrogato della pittura, come accadde per la stucchevole fotografia pittorialista di fine Ottocento, quella nella quale ci si dimenticò che la macchina fotografica non era fatta per mettersi in posa, ma per cogliere un istante. Lei sola riesce ad imbrigliare un fuggevole attimo del continuo divenire, pensateci. Sarebbe poi da cretini non sfruttare le peculiarità dei mezzi digitali, come la possibilità di annullare un tocco di troppo. Fatto non da poco che porta a sperimentare liberamente, permettendo scelte che non opereremmo se pressati dalla paura di un risultato irrecuperabile, nel caso gli esiti prendessero una piega non soddisfacente.

Probabilmente parlo così perché la penso un po' come Leonardo Da Vinci, fatto dimostrato anche da quanto spesso rimetto mano alle mie creazioni. Stimo Leonardo perché talvolta improvvisava in maniera spericolata, sicuro di poter ricominciare daccapo. Nessuno avrebbe mai consegnato alla carta uno scarabocchio come quello del gruppo della Madonna, il Bambino ed un gatto. Oltre ad esser pronto a cambiare rotta in qualsiasi momento come il poeta, consigliava che "l'embrificare no' sia troppo finito": l'incompiuto, perfino l'illeggibile, con l'omissione di particolari, mantiene desta l'immaginazione. Purtroppo questa è anche la causa del disastroso stato del Cenacolo di Milano, al quale cambiò i connotati più e più volte. Fosse stato scultore, avrebbe prediletto l'argilla, diversamente da Michelangelo, che era fatto per il marmo.

### ***Il computer come strumento***

Nel digitale l'autore scolpisce un soggetto, lo pone in un mondo virtuale, e lo riprende a suo piacimento, producendo un risultato che è comunque frutto dell'immaginazione. Creare un frattale ha dei punti in contatto, ma fondamentalmente si distacca da questo metodo.

Premetto che i miei interessi non si limitano solo ai frattali (come spero abbiate notato dalle illustrazioni); ripeto anche che credo che il Sapere sia unico, non diviso in materie di studio. I frattali non sono per me una parentesi, perché la conoscenza va sempre a concorrere al cosiddetto bagaglio. Li considero un campo di ricerca affascinante dal quale attingere. Classificazioni e tassonomie hanno spesso risultati imbarazzanti: a me basta essere considerato un essere umano.

Creare un'immagine di un frattale è impossibile senza l'aiuto dello strumento computer: richiederebbe un'intera vita spesa in calcoli, se mai ne basterà una sola. Una singola minuscola immagine, coinvolge milioni di miliardi di noiosissimi, ripetitivi, calcoli matematici, anche se questi poi corrispondono al controllo di importanti dettagli artistici del risultato. Esistendo uno strumento adatto, perché non utilizzarlo, concentrandosi solo sulla parte creativa del processo? Il computer allora funge da lente, camera oscura, pennello e colori. Un calcolatore non è capace di far nulla se non gli si dice cosa fare, lui sa fare solo i conti. Non cerca di comunicare con noi, ma può generare un numero astronomico di

immagini diverse, alla cieca, non sapendo però distinguere quali per noi uomini siano interessanti, e quali no.

Tutte le forme di arte contengono della matematica (la musica ed i colori stessi sono collegati alle frequenze del visibile), ma in quella frattale il ruolo è predominante. Ma come il computer, la matematica da sé non produce nulla. Basti pensare che ogni singolo parametro può assumere infiniti diversi valori. L'arte frattale si basa sulla matematica, ma non è sua schiava.

### ***Accessibilità, economia di mezzi***

Il vantaggio principale è che **l'arte digitale è decisamente accessibile**. Chiunque oggi può possedere un computer e realizzarci, con tempo ed impegno, studio e cimento, le proprie idee. Internet fa il resto, essendo un archivio pressoché infinito nel quale trovare qualsiasi tipo di stimolo, indicazione o tassello mancante per la realizzazione o il completamento delle nostre idee di lavoro. Confrontando con un passato nel quale creare immagini era dispendioso in termini di materiali, oggi possiamo dire che con un computer si può creare a costo quasi zero. Riguardo gli aspetti pedagogici (ai quali, non so perché, finisco sempre per pensare), una persona che guidi all'apprendimento sembrerebbe inutile, valutando la quantità di informazione disponibile. **Ma l'apprendimento è ben diverso dal discernimento**: tutto il contenuto informativo della rete globale è (purtroppo) incredibilmente frammentato, incompleto, non autorevole, quasi inservibile all'autodidatta.

Durante l'adolescenza, concentravi tutti i miei sforzi espressivi nel digitale per un semplice motivo: non avevo modo di procurarmi tele, colori ad olio, acquerelli, se non in rare situazioni. Esprimere la creatività tramite il computer era il processo più economico. Fu solo questo il motivo che mi inistradò in quella direzione.

Moltissime persone giocano con l'arte digitale, o frattale, ed in genere con qualsiasi tipo di arte, perché ciò le diverte. Tuttavia, uguaglianza nelle opportunità non significa uguaglianza nei risultati: **carta e penna possono esser reperiti ovunque, ma questo non fa di chiunque ne posseda un paio uno scrittore**. È tutto un fiorire di amatori e di dilettantismo, nel quale io non trovo nulla di male, anzi.

L'unico problema è che **oggi si è arrivati all'eccesso di informazione**, e proprio non so come farà la storia a scegliere quel che si potrà/dovrà tramandare, e quel che si dovrà/potrà dimenticare.

**Nel percorso dell'evoluzione dello stile, le arti digitali sono un approdo recente. Nessuno può dire se mai rimarrà qualcosa di memorabile: ma se non si crea nulla, di certo nulla perdurerà nella storia.**

### ***L'Arte nell'era della sua riproducibilità tecnica***

Di una pellicola fotografica, come di un file, è possibile tutta una serie di stampe: la questione della stampa autentica non ha alcun senso. Walter Benjamin, nel fondamentale saggio "L'opera d'arte nell'epoca della sua riproducibilità tecnica" del 1936 nota che, anche nel caso di una riproduzione altamente perfezionata, manca l'hic et nunc dell'opera d'arte, la sua esistenza unica ed irripetibile nel luogo in cui si

trova, che è l'aura dell'opera. La pittura infatti non è predisposta alla riproducibilità. In fotografia, nemmeno il negativo può essere considerato l'originale, perché è un mezzo che si utilizza per ottenere l'opera finita. È mutata di conseguenza anche l'esponibilità dell'opera: la fotografia può mostrarsi simultaneamente a numerose persone distanti anche nello spazio, oltre che nel tempo. Del resto è grazie a questa caratteristica che **la fotografia ha tirato fuori l'arte dal suo storico isolamento, permettendone la diffusione come avvenne per i libri in seguito all'invenzione di Gutenberg.**

L'arte digitale ha però una ulteriore grande differenza: non è bidimensionale, è passibile spesso di molteplici vedute e versioni, è ubiqua e perfettamente riproducibile all'infinito, per il semplice fatto che viaggia come segnale dati nell'etere e nella realtà non esiste. **In passato si credeva che numerare le opere servisse a qualcosa. Un libro di qualità stampato a mano aveva un grande valore e, affinché non se ne creassero più altre copie, gli stessi autori potevano arrivare a distruggere le matrici per la stampa.** Meno copie, maggior valore. Nell'arte digitale perfino il processo di stampa rappresenta una copia, ma credo sia un passo necessario: tutt'oggi anch'io sono restio a presentare le mie produzioni su uno schermo, anche per motivi pratici. Il senso di concretezza è piacevole (...credo infatti che il peggior difetto del digitale sia la sua volatilità). Oltre a copiare un file, è anche possibile prenderne la stampa, scansarla, digitalizzarla di nuovo, per produrne un'altra: è quindi inutile commettere lo stesso errore del passato, distruggendo le matrici, come faceva con i suoi files vettoriali un noto grafico.

**Queste difficoltà di commercializzazione scoraggiano i tentativi di elevare lo status di questa tecnica, e di prendere l'arte digitale seriamente: i collezionisti accumulano rarità, principalmente per il loro valore economico, caratteristica che l'arte digitale non può soddisfare.**

**Ma l'Arte è nata e continua ad esistere a solo appannaggio dei collezionisti, per essere un prodotto commerciale, oppure nasce dalla necessità di esprimere sentimenti? Per carità, tutti dobbiamo mangiare, ma come si concilia questa miseria con i bisogni dello spirito è cosa sulla quale nessuno può permettersi di essere ipocrita.**

L'arte digitale è democratica, libera, è patrimonio dell'umanità, ed è veicolata dalla rete globale. La stampa rese accessibili i libri a molti, come del resto internet può rendere disponibili informazioni sul conto del genere umano anche ad eventuali entità abitanti il resto dell'universo. **L'arte non può sfuggire a questo cambiamento: i collezionisti continueranno a cercare le loro rarità demodé per ricconi, ma tutti potranno aver diritto a possedere l'arte che amano e che li emoziona.**

### ***L'oggettività è condizione necessaria all'Arte?***

Consideriamo fotografie valide anche quelle che effettivamente non lo sono, come nel caso delle radiografie, delle foto al microscopio a forza atomica, della superficie di Venere ottenuta con il radar: in tutti questi casi la luce non interviene in alcun modo nella creazione dell'immagine, come il termine fotografia vorrebbe. Da questo punto di vista, le immagini digitali sono accettabili come fotografie. Non è logico tenere in categorie separate tecniche che producono gli stessi risultati.

Il frattale può essere assimilato ad una fotografia, in seguito manipolata. Il processo è simile poiché si ferma un'immagine di un qualcosa che già esiste, ma è celato ai più. Nessuno con la propria immaginazione può visualizzare un punto esatto di un frattale: lo stesso Gaston Julia, che li inventò (oppure scoprì?), non seppe disegnarne nemmeno un accenno. Ci si potrà chiedere dove possa trovar spazio l'immaginazione, la creatività, la fantasia, ma il discorso è lo stesso che può farsi per la fotografia. Anche la foto di un tramonto di per sé non è nulla di eclatante; solo che in alcune si manifesta la Forma, mentre in altre no, anche se c'è la possibilità di felici coincidenze (felici coincidenze possono avvenire anche in pittura: non possiamo non ammettere che gran quantità dei prodotti dell'arte moderna siano frutto di una gestualità che lascia anche molto al caso; ma con questo non voglio ferire nessuno, perché una cosa è una pennellata, una cosa la composizione).

Un artista digitale è in parte scultore, in parte pittore, fotografo, esploratore. Michelangelo Buonarroti era solito dire che egli non creava forme dalla pietra, ma semplicemente liberava i corpi che erano racchiusi nei blocchi di marmo che lavorava. Questa definizione può essere estesa ai frattali, forse in maniera anche più concreta, poiché la loro forma è determinata da una formula, o da un set di equazioni, che crea un universo parallelo celato, mai visualizzato. La formula va esplorata, manipolata-scolpita nei suoi parametri, va scelto un punto di vista dal quale fotografarla, vanno scelti i colori con i quali dipingerla. In questo caso il computer è ciò che rende possibile la visione di una astrazione che non esiste nella realtà ma nel dominio dei numeri complessi (e sfido chiunque ad immaginarsela così!), convertendola in un effetto visivo digitale che rappresenta ciò che altrimenti rimarrebbe nascosto alla nostra visione.

**L'arte nei frattali di certo non si riferisce alla formula utilizzata, come potrebbero credere alcuni. Quando creo un'immagine digitale, lo faccio con l'intenzione di ottenere un certo tipo di risultato, non semplicemente una registrazione di un elemento astratto. Sarebbe altrimenti una di quelle sterili foto tecniche. Che poi è anche vero che non c'è fotografia documentaristica che non presenti qualche aspetto fittizio: è nella natura dell'uomo cercare la forma, il bello, l'ordine.**

Perché la forma è bella? Perché ci aiuta ad affrontare la nostra paura peggiore: il timore che la vita non sia altro che caos e che la nostra sofferenza non abbia alcun senso. **In che modo l'Arte può rivelare la Bellezza, ossia la Forma? Come la filosofia, essa astrae. L'arte semplifica.** Non è mai esattamente uguale alla vita. Nelle arti visive, questa accurata scelta a favore dell'ordine è chiamata composizione: allora l'uomo ricerca la composizione.

La fotografia è legata al particolare, porta ad amare i casi singoli. Se ci pensiamo, anche la fotografia frattale porta ad amare le singolarità (in linguaggio matematico punti singolari), zone nelle quali accade sempre qualcosa che valga la pena di essere osservato. Questi mezzi di controllo e feedback durante il processo di creazione, sono assolutamente identici a quelli della fotografia, della pittura, insomma a tecniche artistiche più antiche. **È solo una forma mentis alla quale ci si deve abituare, percorso che dovette affrontare anche la fotografia prima di ottenere un suo status autonomo dalla pittura.**

### La vu-doppia

Non conosco realmente il momento nel quale mi sono avvicinato all'Arte.

Il disegno è certamente la prima strada che ho imboccato. Ci rattristiamo quando da bambini perdiamo la nostra innocenza e nasce una certa insoddisfazione per il come, che ci guasta il piacere di disegnare. Ciò avviene quando ci accorgiamo che il disegno è un'arte difficile e che deve essere appresa con l'esercizio. Forse è proprio l'esercizio che mi ha avvicinato all'Arte.

Il disegno è una écriture di simboli che derivano dalle lettere. Il primo passo è stata la calligrafia. Posso far risalire l'inizio di questa tendenza quando in prima media decisi di lasciare il font "bella copia" insegnatomi alle elementari, in favore di un più snello arial, velocissimo al tatto, che tutt'ora conservo. Il naturale progresso vede il passaggio dalla calligrafia al writing come evoluzione dello stile nel lettering.

La vu-doppia nacque nel 1997. Ho già spiegato che presi a lavorare con il computer per semplice mancanza di altri strumenti.

Cominciai invece a fotografare spinto dalla meraviglia per gli oggetti/soggetti, la forma, le proporzioni, dopo un corso tenuto al liceo dal mio professore d'allora, Fausto Roma. Ricordo che un giorno andammo alla stazione Termini per un concorso: scattammo la bellezza di 25 rullini, che poi nemmeno mai svilupparammo. Chissà se sono guasti; vorrei proprio andarli a ricercare negli scantinati del Liceo, c'erano belle foto. Usavo una macchina che era stata prima di mio zio Pietro, poi di mio padre. Comunque, dubito che qualcuno abbia mai cominciato per la meraviglia provata per il proprio apparecchio o per un particolare procedimento. Dovrà amare anche quelli, ma non è da questo che nasce la decisione di votarsi all'Arte. Mi rimprovero solo che finora non abbia granché fotografato attimi di vita degli uomini.

Ho amato la tipografia da sempre, forse già da quando alle elementari ebbi la possibilità di creare un primo numero di giornalino di classe, con colla, forbici e la macchina da scrivere Olivetti del babbo. Avevo in mente di creare dei volumi, magari



in serie, perché mi è sempre piaciuta l'idea di un qualcosa in forma compiuta, che contenesse, che si aprisse e chiudesse, che rappresentasse un percorso. Certamente dal 1998, quando uscì il numero zero di "fr", la ricerca in quella direzione si intensificò. Uscii la sera del 30 Dicembre con la prima copia stampata sottobraccio. I primi a vederlo furono Emò ed Eleonora, eravamo tutti seduti sotto il lampione alla Rotonda, non faceva freddo. Da quel momento nacque la tradizione che annualmente entro il 30 Dicembre io produca un qualcosa che riassume ed integri i lavori precedenti.

Nel 2001/2002 non produssi quasi nulla di compiuto, escludendo la raccolta di pensieri "Parlo Ascolto", completata proprio per il 30 Dicembre. La mia prima scatola.

Arrivai a considerare l'arte digitale, la grafica e la tipografia un tutt'uno nel 2002. Tra il 2003 ed il 2004 ho ripreso tutti i vecchi files, ho cominciato ad ordinarli e stamparli in maniera decente. Per il 2005 mi aspetto di concludere questo lavoraccio e sistemarlo in un sito internet. Sinceramente non sono soddisfatto nemmeno di come si presenta questo breve saggio, state pur certi che ci rimetterò mano in futuro.

Credo che quel che mi abbia spinto finora sia allora la curiosità, una ferma convinzione nelle capacità espressive dell'essere umano, e la necessità di esternare sentimenti troppo violenti. E di affidarli alla carta, sempre alla carta. **Qualcuno potrà obiettare sul perché lo faccia, se sia proprio indispensabile. Io vi dico che esprimersi è un ottimo coadiuvante per la psiche, fa star bene. Soffocare questa necessità, o permettere che altri lo facciano considerandola una perdita di tempo, è la via più breve per la paranoja.**

Molte cose sono cambiate dai tempi del liceo. Comprendere la scienza deforma radicalmente il modo di approcciarsi ai problemi e di realizzare le idee. Nasce un pragmatismo che porta alla necessità di formalizzare molti aspetti della vita, di esplicitare concretamente i perché che ci poniamo: come se esternare questi sentimenti fosse la soluzione di un problema, che va scritta con precisione. Prima c'era il piacere di buttar giù qualcosa, ora c'è la volontà di concretizzare le idee, i collegamenti, di un lavoro più scientifico, nel senso che segue un percorso ben definito.

Questo è il principale motivo per cui ho preso a costruire scatole ed a realizzare serie di immagini. Gli stessi accostamenti sono una fase creativa, e per lo spettatore un secondo e più approfondito livello di lettura, paragonabile alla raccolta di varie liriche, tutte comunque singolarmente valide, in un libro di poesie. Ogni raccolta racchiude una particolare esperienza di vita, e contiene i pensieri relativi nel dettaglio. Sembra una prigione mentale, anche perché non si ha mai l'impressione che quelle scatole siano davvero chiuse, ma non riesco a liberarmene. C'è moltissima riflessione, molto background, ci sono molti concetti tra le righe in ogni opera, ma la disfatta è che mai nessuno si interessa di capirci qualcosa.

Lo studio dei frattali è trasversale a tutti questi eventi, perché è cominciato nel 1999, dopo che a scuola trovai un plico di fotocopie della mostra "Oltre il compasso", in cui si trattava di curiosità matematiche, dei loro riscontri nella natura e delle loro applicazioni tecniche. Ne rimasi entusiasta, e lo sono ancora, tanto che le ho incluse nella mia personale raccolta di ricordi indispensabili. Quando lessi l'ultimo

paragrafo del testo della mostra, trovai informazioni su questa branca della matematica. Lì per lì non compresi, anche perché l'unica figura disponibile era penosissima. Non disponevo ancora di una connessione internet e passò almeno un anno prima di realizzare che alcune immagini, che già possedevo ed utilizzavo per i miei tentativi nel 3-d (poi del tutto abbandonati), erano frattali. Cominciai a produrre delle forme, che a rivederle ora fanno ridere. Presi infine a studiare la materia solo quando la matematica cominciò a non farmi più paura, ovvero nel 2003, dopo il battesimo delle varie analisi, calcolo, teoria dei fenomeni aleatori, fisica statistica. E prego Dio che mi aiuti a progredire negli studi, la scienza è troppo affascinante per me.

Le opere che propongo non sono però veri e propri frattali (chiamiamole opere perché non mi viene un termine meno pomposo). Si mescolano con varie altre conoscenze, acquisite anche per puro caso, ma che hanno svolto il ruolo di tassello mancante, concorrendo allo sviluppo dell'idea iniziale. Essere curiosi verso tutte le stranezze che il mondo ci propone paga sempre, nascono dei collegamenti inaspettati. Quel che interessa però non è tanto la tecnica, quanto il significato. Intendo comunque spiegare alcuni passi della realizzazione, per soddisfare le brame dei più curiosi e malefici.

Le forme nascono dall'incrociarsi degli studi su frattali, macchie di Rorschach (vedi l'appendice), teoria della Gestalt (percezione visiva) e del colore, fotografia astratta e disegno.

Mi spiego meglio. Tramite degli schizzi a matita casuali, visionabili in più direzioni (dei quali ho parlato anche durante il seminario), sono nati degli abbozzi di soggetti. Ovviamente sono stati selezionati quelli a me più cari. Vengono studiati i destini delle linee e sottolineati i profili più interessanti. Miscelando con forme frattali e fotografie astratte realizzati allo scopo, il tratto si infittisce, arricchendosi di microstrutture e raggiungendo volume e profondità.

Per quanto riguarda il colore, ho applicato i risultati ottenuti dalla messa a punto di circa 500 fotografie, per una scatola che ho ancora in fase di lavorazione. La teoria è quella del colore denso e bruciato, che vede sfumature delicate che partono da colori intensi, ed abbracciano quasi tutta la scala cromatica. Il contrasto netto tra il fondo nero e le linee colorate è quel che io chiamo bagliore (glow, burn, flame, shine, glaze). Splendore è una parola utile, perché riguarda la luce: una luce di irresistibile intensità. La forma a cui l'Arte aspira è di una luminosità assoluta, ma è anche così intensa da non poter essere guardata direttamente. Siamo quindi costretti ad intuirne dal riflesso frammentario che deposita sui nostri oggetti quotidiani: l'Arte non potrà mai pienamente definire la luce. Questa scelta coloristica è nata da un periodo particolarmente felice della mia vita, seguito da uno particolarmente confuso. In precedenza vivevo una parentesi praticamente solo blu, mentre non ne ho mai vissuta una verde. Il verde è il colore al quale l'occhio umano è maggiormente sensibile, ma finora non mi ha mai affascinato granché.

Una componente che mi ha portato a preferire questo tipo di effetto coloristico è la mia predilezione per uscire a fare foto appena esce il sole dopo la pioggia. La stagione non conta, l'importante è l'effetto del bagnato (ed è anche questo un senso della vu doppia e ti). D'estate però si aggiunge quella saudade, quel miraggio dell'acqua che evapora massicciamente, quel senso di bruciato dei campi di sterpaglie. Porto perciò sempre con me una bottiglietta, di quelle dei deodoranti spray, con del liquido per lenti, oppure

dell'acqua e sapone, oppure della benzina, dell'olio per bagnare i soggetti. In quell'attimo sembrano più vivi, proprio perché il riflesso è cangiante e dona una certa mutevolezza. Avete mai notato lo scappamento delle automobili sull'asfalto bagnato? Crea degli arcobaleni eccezionali. Lo dico sempre che bisogna osservare ed imparare a sfruttare questi effetti che la natura ci regala.

Ho attribuito alle forme la stessa valenza degli "inkblots" di Rorschach, il noto test psicologico. Un profondo respiro per liberarci di tutti gli orpelli, le costrizioni, le convenzioni, prima di osservare le figure. Con quel respiro si torna bambini. Possiamo ruotare, anche capovolgere l'opera, o guardarla in controluce o in trasparenza, come se fosse carta da pizza bagnata d'olio. Possiamo ricercare nelle forme e nei colori oggetti o situazioni a noi familiari, possiamo trovare collegamenti con quel che fa parte della nostra psiche. Possiamo individuare prospettive e diverse interpretazioni della profondità, come succede spesso in figure senza un verso di osservazione univoco.

"Contrariamente ai punti di riferimento euclidei, che permettono la distinzione delle costanti destra, sinistra, sopra, sotto, leggero, pesante, qui la nozione di dimensione non può essere estrapolata dal punto di vista utilizzato". Applicata alla pittura moderna, ed in particolare alle immagini frattali, può essere una caratteristica sulla quale giocare. La mancanza di orientamenti canonici fa cadere un ultimo baluardo di oggettività, che è quello dell'orientamento spaziale preferito o preferibile, per una corretta osservazione dell'opera. Una tecnica alla quale mi appello spesso nel considerare qualsiasi tipo di forma, figurativa e non, è quella di ruotare continuamente il foglio, e correggere i destini delle linee che non mi soddisfano. Se un corpo visto dal lato preferito di osservazione (che spesso coincide con quello di realizzazione) sembra adagiato armoniosamente, in genere non lo è più se ruotato di 180 gradi. Alcune aberrazioni proiettive (nel senso di quel che noi abbiamo disegnato ad esempio con la matita) possono essere riscontrate ed eliminate con questo gioco. Le correzioni sono sempre valide anche per gli altri punti di vista: in seguito alla rotazione percepiamo immediatamente se c'è qualcosa di storto nella figura, perché la figura non ci sembra più naturale o non soddisfa le caratteristiche che abbiamo cercato di attribuirle. L'esempio più banale può essere quello del disegnare una stella a mano libera: quando ne abbiamo fatta una soddisfacente, proviamo a girare e foglio. Noteremo che le linee che la compongono non si incontrano più come ci era sembrato, e tenderemo a correggerne le fattezze. Una volta tornati all'orientamento privilegiato, tutta la composizione ci sembrerà più armoniosa, anche se a volte le correzioni diventano impercettibili da altri punti di vista. Ecco infatti perché prima non le avevamo notate. Insisto molto su questo fatto perché è fondamentale ad esempio nel writing (dominio di forme astratte), come in architettura o nella progettazione della carrozzeria di un'automobile, che deve essere piacevole da tutti i punti di vista.

Davanti a queste opere l'osservatore instaura un rapporto più personale, dandone un'interpretazione che parte dal suo subconscio, come avviene per il test di Rorschach. Ognuno così può vedere nell'immagine un riflesso della propria psiche, di se stesso. Le prime volte che le ho mostrate ero entusiasta delle risposte alla lettura: ogni soggetto ne dava un'interpretazione diversa, che a volte rispecchiava anche il suo modo

di essere. Sono creazioni soggettive al massimo, speculazioni del tema felicità, che mi trasmettono ancora tutta l'emozione di quei momenti, delle nottate trascorse ad aspettare. Ma è anche vero che tutti i contrari della terra sono vicini, e che tra essi speranza e disperazione sono i parenti più stretti. Questo è ciò di cui ciascuno di noi fa esperienza.

### **Riflessioni finali**

Critico (dubbioso): “Ah, molto interessante, caro maestro: ma cosa rappresenta veramente?”

Pittore (solennemente): “Questo è il mio santuario. non lo mostro a tutti: solo a persone della massima levatura intellettuale, persone che abbiano sicuramente letto e capito i grandi filosofi e che soprattutto conoscano a fondo gli occultisti ed i mistici, per non parlare della letteratura indiana e degli insegnamenti di Brahma, Buddha e Confucio. Questo è nientemeno che il profilo metafisico della mia personalità.”

Critico (stordito): “Ah, ah, somigliantissimo. Somigliantissimo!”

Forse adesso, a fine lettura (per chi ha avuto il coraggio di arrivarci), non verrà affatto preso sul serio. Del resto la società ci ha abituato a comportarci come la storiella precedente, consigliando di rispondere a chi dice cose strane che va sempre tutto bene. Io sento l'arte come una protesi del mio corpo, un organo che aggiunge nuove capacità. Anche una capsula dentaria esige un tempo di assuefazione prima di diventare parte di noi stessi, accettata dal fisico e dalla psiche. E le protesi intellettuali, arredamento del cervello (come sosteneva Abraham A. Moles) poco a poco vengono assorbite dal nostro patrimonio culturale.

Mi piacerebbe che questo testo sortisca il suo effetto, quello di aprire un dibattito costruttivo sull'argomento, di risvegliare in noi i desideri che abbiamo lasciato assopire in favore di una più tranquilla razionalità. Ho ancora ventidue anni, e di certo i miei ragionamenti avranno un sacco di falle e di contraddizioni da sistemare. “Se c'è bisogno di esprimere pubblicamente un giudizio negativo, di solito la miglior stroncatura è il silenzio. Una recensione negativa è sempre meglio di niente, ed implica che le questioni sollevate dall'opera siano importanti. L'assenza di recensioni implica invece il peggio: la noia.”

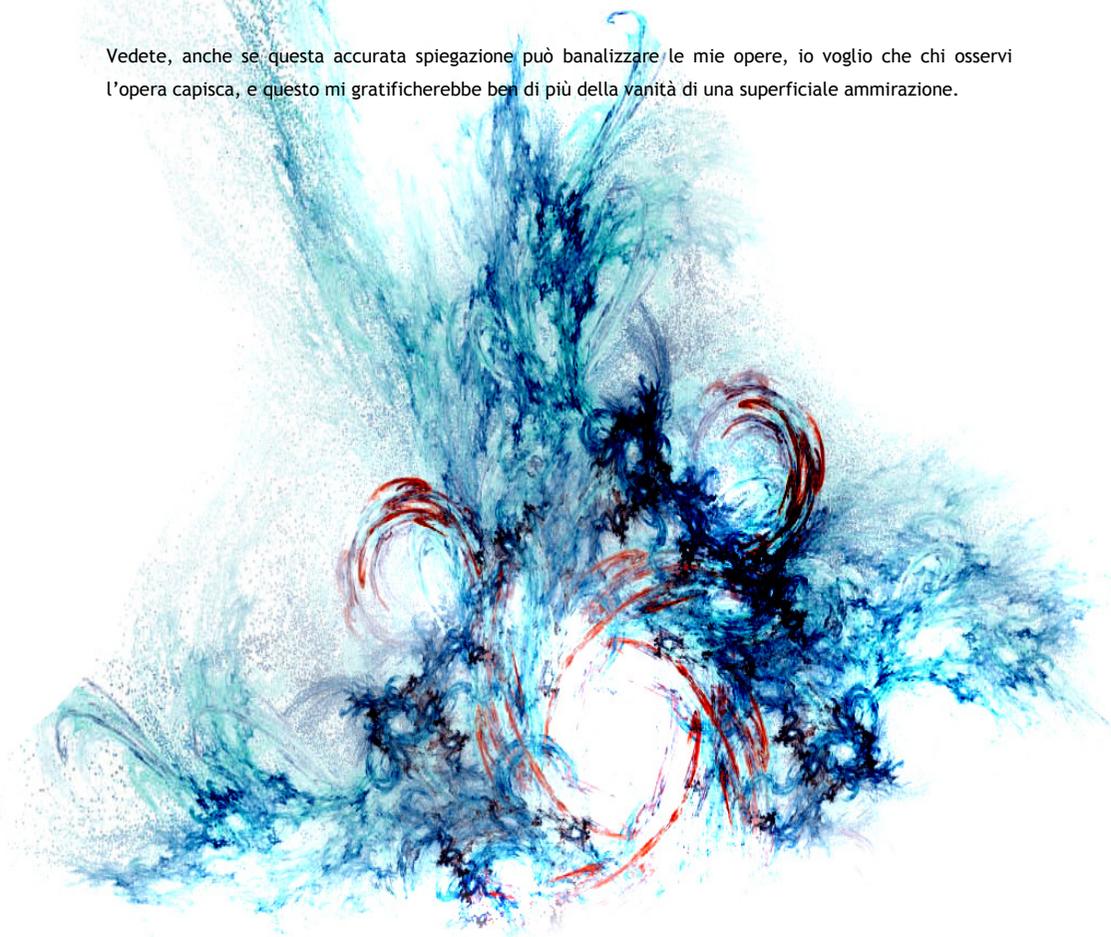
Pochi artisti sono filosofi che badano ai tecnicismi di certe teorie, ma ciò non impedisce che colgano al volo slogan e valori che consentano loro di razionalizzare la sfida alle convenzioni esistenti. Dopo che il pubblico è stato conquistato dai critici, gli artisti si sentono a loro volta incoraggiati a continuare lungo quella strada sotto l'egida di una ideologia alla moda. Credo che, considerando come si sono messe le cose dopo le teorie della Gestalt, l'Arte oggi necessiti di elevare il proprio status, assumendo maggiore rigore. Questo non consiste in una limitazione. Nella mia visione, Arte, Filosofia, Scienza, sono un tutt'uno. Ma il pensiero diffuso è che l'Arte, come mezzo conoscitivo, sieda un gradino più in basso. Questo non è vero, ma devono essere gli artisti a dimostrarlo.

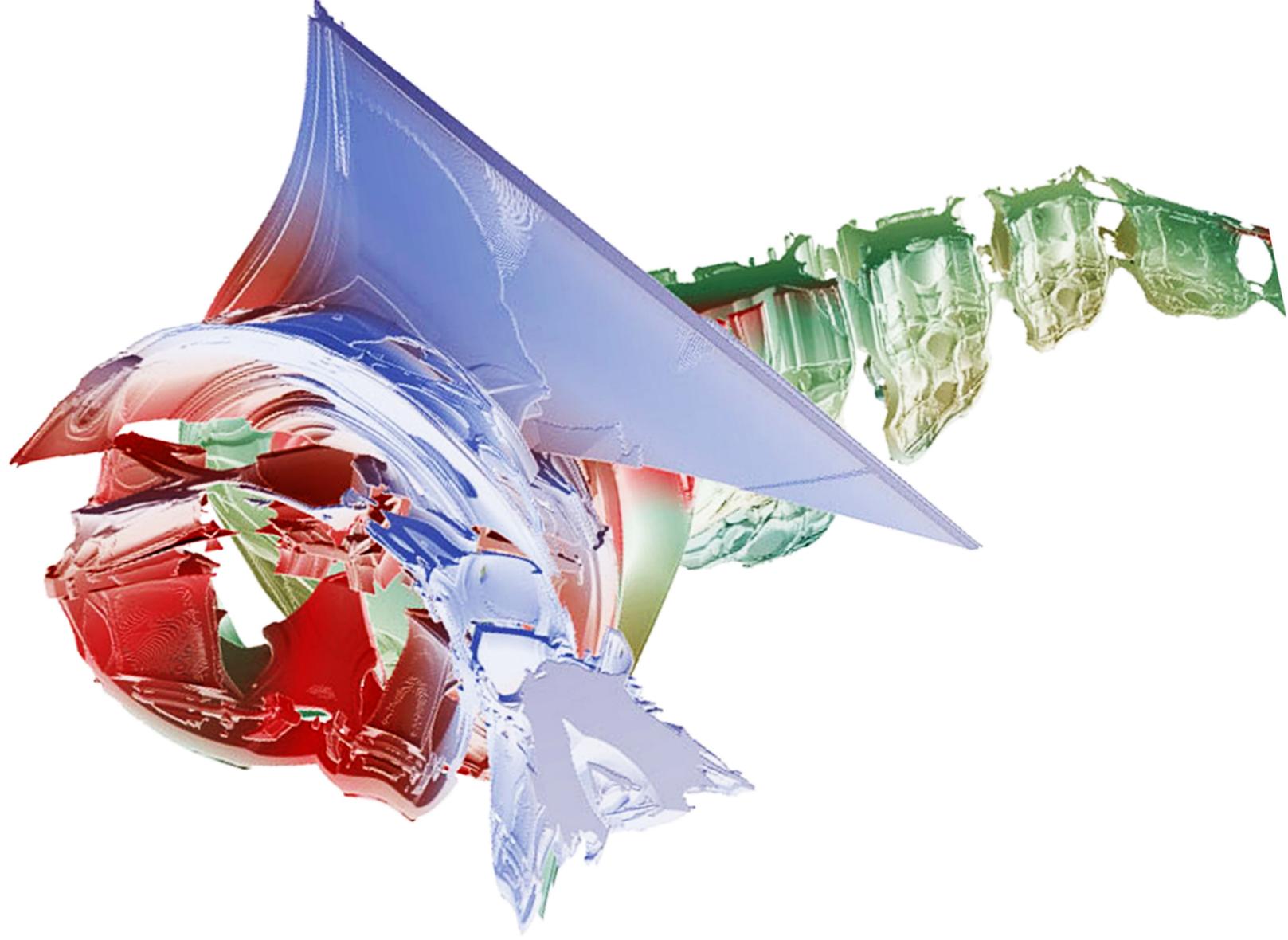
Platone aveva insegnato che siamo tutti prigionieri nelle buie caverne dei nostri sensi, fino a quando il filosofo ci fa voltare e ci guida verso la luce della verità. Kant rafforzò questa prigione sostenendo che possiamo percepire il mondo solo in termini di spazio e di tempo e che dunque la realtà, “das ding an sich” (credo significhi “la cosa in sé”), ci sarà sempre ed inevitabilmente preclusa. A questo punto l'analisi

di Bergson offri una possibilità di fuga dalla prigione, perché se rifiutiamo di farci guidare dalla ragione e chiediamo aiuto all'intuizione, possiamo aggirare la falsa realtà dello spazio e del tempo ed impadronirci della durata. È necessario rafforzare il valore dell'Arte in questo processo.

Molti artisti non sono affatto colti, non conoscono né la filosofia dell'arte né testi teorici di sorta. Naturalmente non sanno nulla neppure di matematica. Però hanno delle idee, come spesso non se ne hanno tra gli scienziati. Immagino, e le loro creazioni a volte assumono un valore euristico oltre che estetico. Ma spesso, non so se sono loro o i critici, se ne escono con delle spiegazioni di una absurdità da barzelletta, che degradano la dignità dell'Arte, volendo impostare uno stile con idee che di per sé non avrebbero potuto sostenere nemmeno un solo tentativo espressivo. Se un correttivo pratico esiste, penso che si potrebbe imitare il poeta cinese dell'ottavo secolo Po Chii-i, il quale leggeva i suoi scritti ad un'anziana contadina, cambiando poi le parole che la disorientavano.

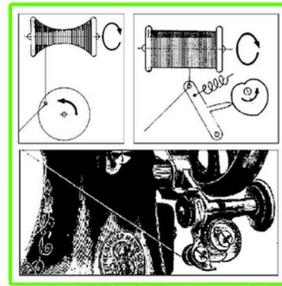
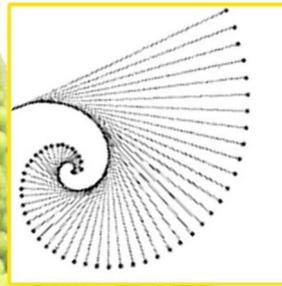
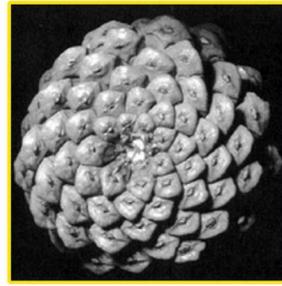
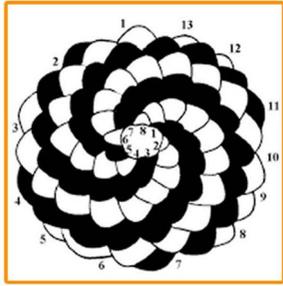
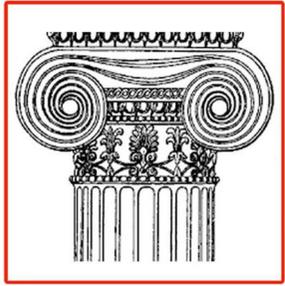
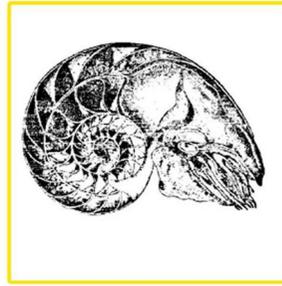
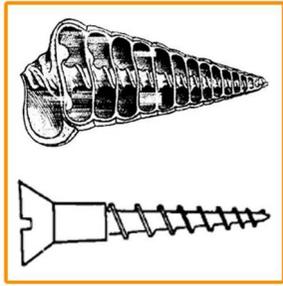
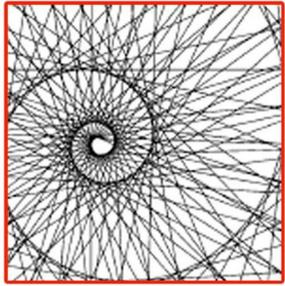
Vedete, anche se questa accurata spiegazione può banalizzare le mie opere, io voglio che chi osservi l'opera capisca, e questo mi gratificherebbe ben di più della vanità di una superficiale ammirazione.





# 7

capitolo settimo



W: [eadem.mutata.resurgo\\_](http://eadem.mutata.resurgo_)

il matematico johann bernoulli fu sempre affascinato dalla spiralis mirabilis: ne scoprì molte proprietà, fra le quali quella che la spirale logaritmica si trasforma in una curva uguale per qualunque inversione avente il suo centro nel polo, o che la podaria rispetto al suo polo,

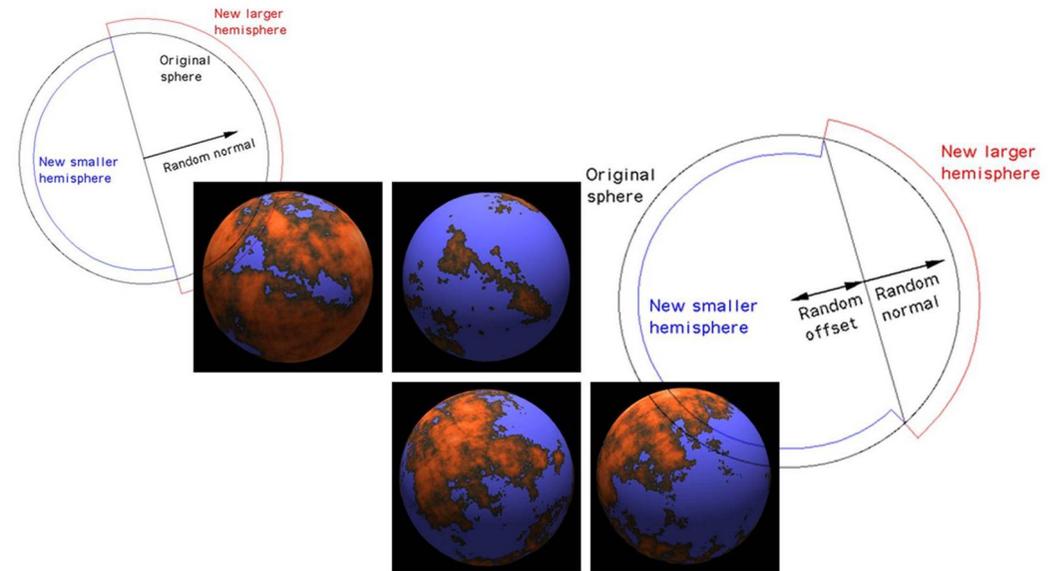
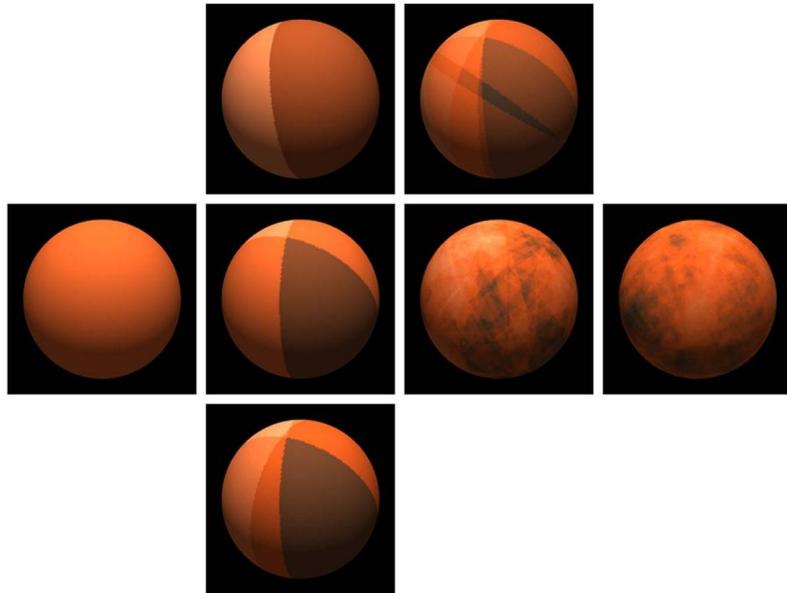
l'evolvente, l'evolvente, le caustiche per riflessione e per rifrazione con luce nel polo sono sempre spirali fra loro identiche.

questa facoltà di riprodursi fu idealizzata da bernoulli come simbolo di risurrezione: volle che fosse scolpita sulla sua pietra tombale a basilea con la scritta " eadem mutata resurgo semperdem", ovvero restando la stessa risorgo immutata. ma purtroppo lo scultore incaricato non era un buon matematico, e così la spirale logaritmica fu sostituita con una archimedeica.

in natura possiamo trovare moltissime spirali logaritmiche in tre dimensioni, spesso in relazione a processi di accrescimento: ne sono esempi tipici la conchiglia del nautilus, le corna di vari animali, le pigne, nonché i semi nel centro di un girasole. una curiosità a questo proposito è data dal fatto che sia nel fiore che nella pigna possiamo osservare spirali che girano in senso orario e spirali che girano in senso antiorario: il numero di spirali dei due tipi non è casuale, ma appartiene sempre ad una particolare serie di numeri ben nota ai matematici, la serie di fibonacci: nello schema della pigna in figura ci sono 8 spirali destrorse e 13 sinistrorse.

d'altra parte, questo tipo di spirale non è certo l'unico che possiamo osservare: spirali di ogni genere sono presenti nell'arte, nelle galassie, nei cristalli, in architettura, nelle viti, nei frattali.

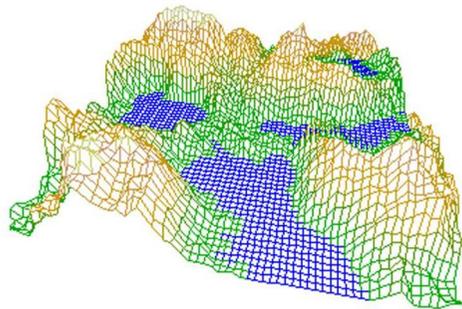
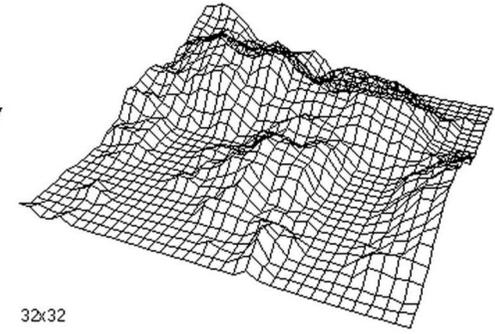
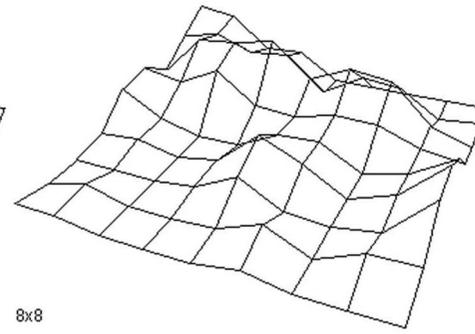
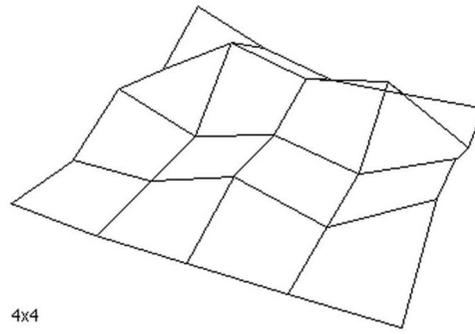
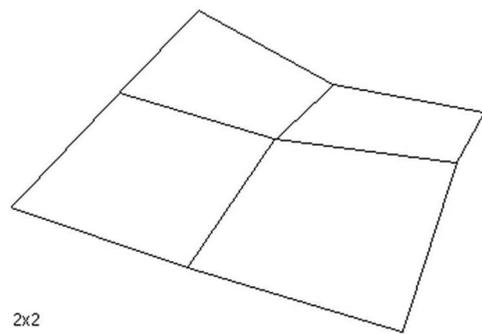
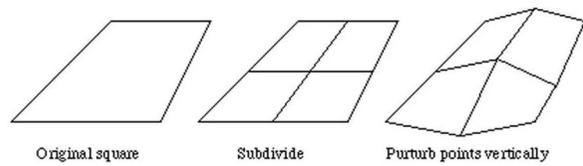
questa curva costituisce inoltre la base per la soluzione di un problema tecnico di notevole importanza. alla fine dell'800 la macchina da cucire singer era ormai affermata ovunque: tuttavia per migliorare questa rivoluzionaria invenzione occorreva trovare una guida che, muovendosi con velocità costante alternativamente da destra a sinistra, indirizzasse il filo avvolgendolo in modo uniforme sul rocchetto. utilizzando la guida semplice, che si muove di moto circolare uniforme, si deposita molto più filo alle estremità che non al centro. la soluzione, ancor oggi valida, fu quella di utilizzare una camma formata da due spezzoni di spirale archimedeica.



## w: \>creating.fractal.planets\_

si suddivide la sfera iniziale in due emisferi, uno dei quali viene ingrandito di volume a seconda della rugosità media che si vuole ottenere sul pianeta finale  
 il processo viene iterato in modo che sulla sfera iniziale si sovrappongano più strati posizionati casualmente

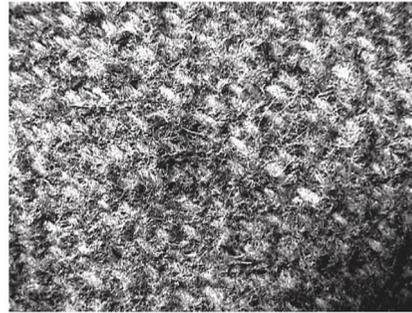
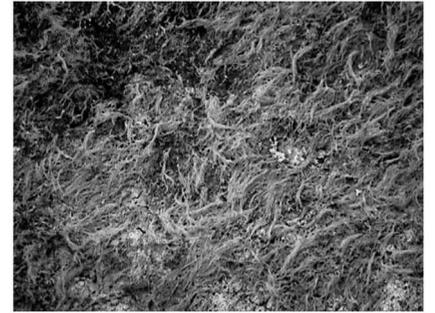
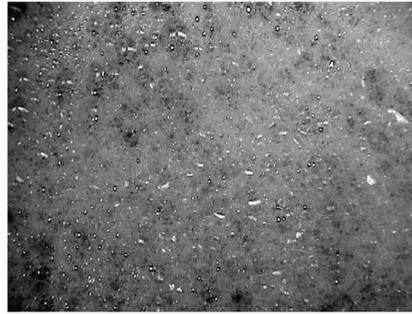
assegnando una mappa di colorazione in funzione dell'altitudine, in modo che si abbia l'impressione di acqua e terre emerse, si nota che con questo algoritmo il pianeta è speculare  
 essendo i suoi promontori creati sovrapponendo più semisfere  
 il problema si può risolvere includendo una nuova variabile: oltre all'incremento di grandezza, si aggiunge uno sfasamento casuale  
 che fa sì che il pianeta abbia morfologie diverse nei due emisferi opposti



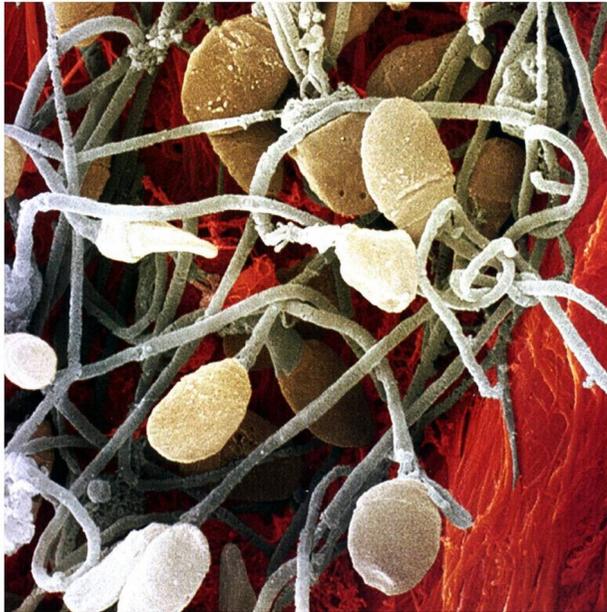
w: \>create.fractal.terrain\_

partendo da un quadrato equivalente all'area del terreno che vogliamo modellare lo si suddivide in un quattro parti i vertici individuati vengono perturbati verticalmente, in modo da simulare le differenze di altitudine ripetendo l'iterazione si riesce ad ottenere una risoluzione adeguata per ogni tipo di applicazione

notiamo che già alla quinta iterazione il modello in wireframe assume un aspetto realistico, con la possibilità di colorarlo con una mappa in funzione dell'altitudine calcolando l'ombreggiatura data dai rilievi e con l'aggiunta di un fluido che riempia le vallate, il modello diventa ancor più plausibile

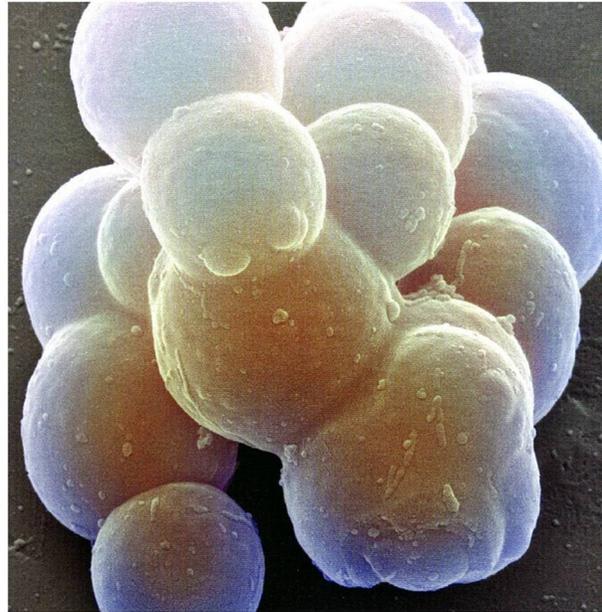


shrub , bubbles  
 ice crystals , branches , snowtree , moss  
 rocks , ice , bark , fabric  
 trees , ashes



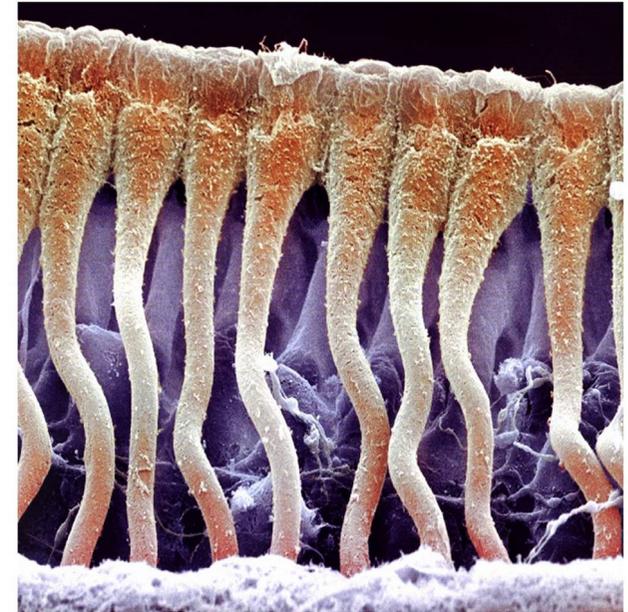
### spermatozoi

trasportano il materiale genetico maschile all'ovulo  
ogni spermatozoo contiene ventitre cromosomi  
questi si fondono con i ventitre contenuti nell'ovulo al momento del concepimento  
per costituire una cellula che contenga quarantasei cromosomi, metà da ciascun genitore  
questo mescolarsi del materiale genetico  
crea la diversità del genere umano



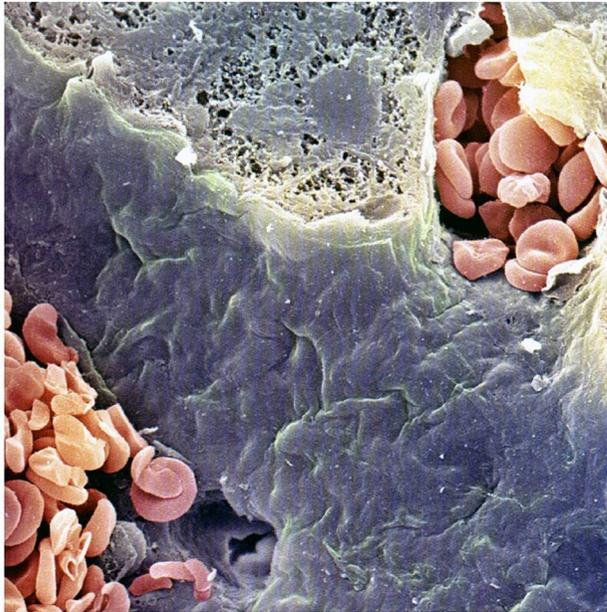
### cellule staminali

sono cellule che possono evolvere in differenti tipi di tessuto  
la purificazione delle cellule staminali provenienti dal cordone ombelicale permette  
agli scienziati di effettuare ricerche sulla funzione  
del sistema immunitario e di sviluppare  
trattamenti per malattie come aids e leucemia



### cellule cocleari

questa sezione attraverso la coclea, situata all'interno dell'orecchio umano, mostra una fila  
di cellule pilastro sull'organo di corti, la struttura che trasforma  
le onde sonore in segnali uditivi  
le cellule hanno origine su una membrana flessibile  
le onde sonore distorcono la membrana muovendo le cellule pilastro  
che a loro volta flettono le cellule pelose  
dando il via agli impulsi da trasmettere nel nervo uditivo



### **milioni di globuli rossi**

gremiscono una vena epatica  
trasportano ossigeno ed anidride carbonica  
ai tessuti e dai tessuti



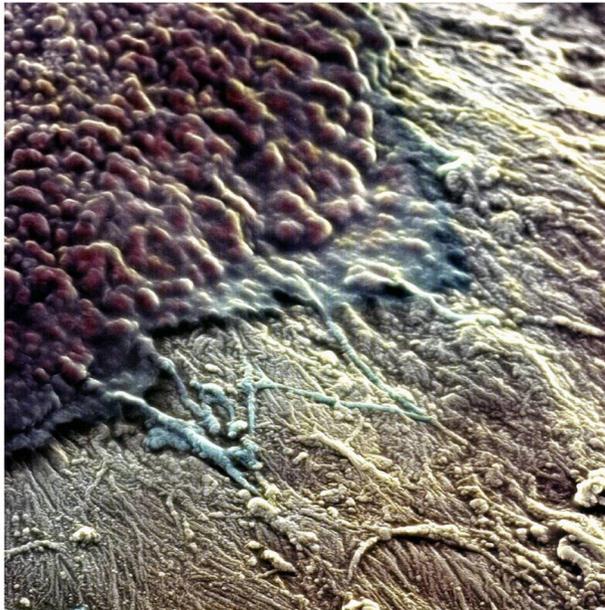
### **cellule immunitarie dendritiche**

situata nello strato superiore della cute  
aiuta a proteggere il corpo dalle infezioni  
le lunghe proiezioni aiutano la cellula a raggiungere le proteine estranee  
ovvero gli antigeni  
che vengono inglobati e trasformati



### **cellule e tessuto adiposo**

l'adipe è costituito da cellule rotondeggianti  
stipate di grasso  
sostenute da tralci di tessuto connettivo  
è fonte di energia ed isola il corpo dal caldo e dal freddo



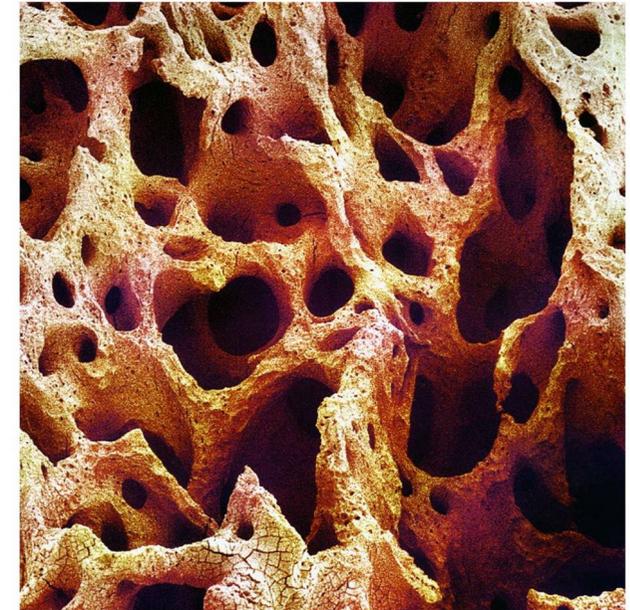
### riassorbimento osseo da parte di osteoclasti

l'osteoclasto è una cellula gigante multinucleata sono coinvolti nella decomposizione e nel modellamento della matrice ossea durante la riparazione, ristrutturazione e crescita dell'osso dopo che gli osteoclasti hanno scavato un cunicolo nell'osso gli osteoblasti entrano in queste cavità e depositano nuovo osso



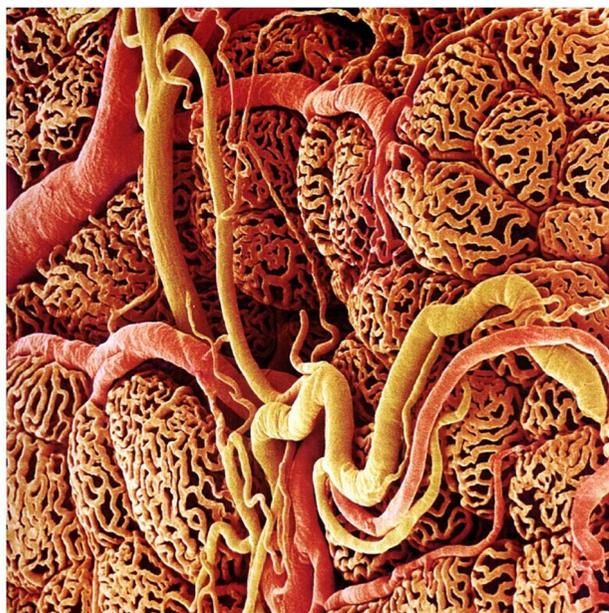
### lamelle nell'osso compatto

osso compatto di un femore la forza è fornita dalle lamelle di collagene e minerali compattati che si dispongono lungo l'asse dell'osso



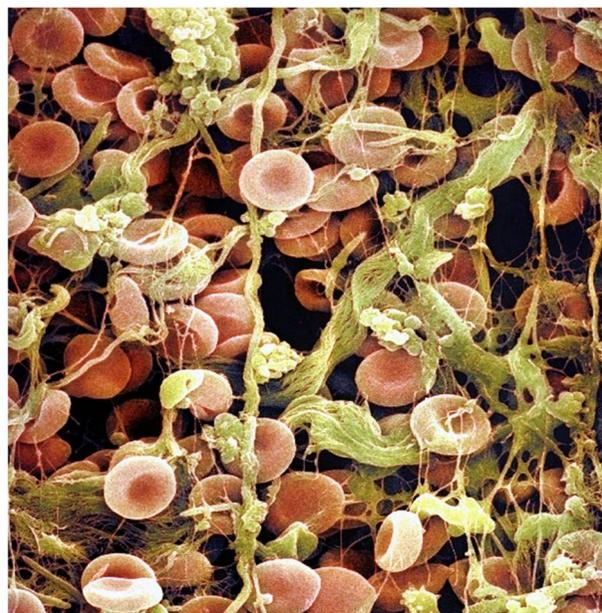
### osso spugnoso

la capacità dell'osso di assorbire lo stress meccanico è dovuta per la maggior parte alla presenza di osso spugnoso struttura reticolare ad alveare gli spazi tra i reticoli sono normalmente riempiti da midollo osseo che fabbrica le cellule ematiche



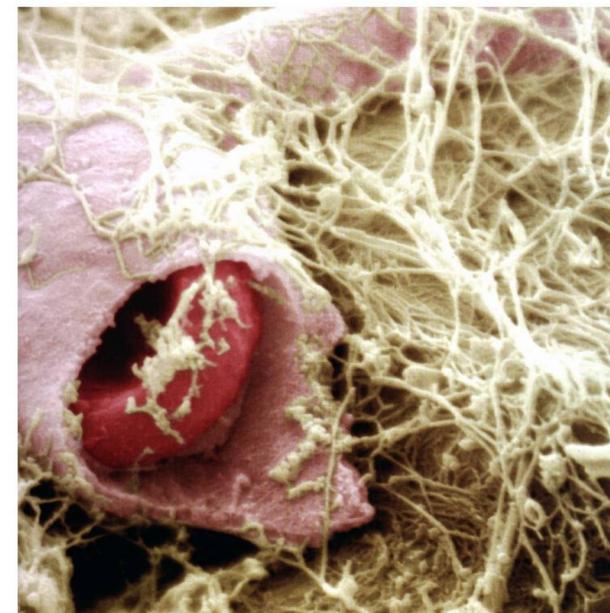
### vasi sanguigni nella tiroide

la tiroide è una ghiandola che produce ormoni e si trova alla base del collo  
la ghiandola non ha dotti ma semplicemente rilascia gli ormoni direttamente nel sangue  
che li trasporta agli organi bersaglio  
e alle cellule ovunque nel corpo



### glomerulo renale

l'immagine mostra il gomito di capillari  
racchiuso in una capsula renale  
le pareti dei capillari ed il rivestimento della capsula sono costituiti da cellule  
con sottili fessurazioni tra l'una e l'altra  
che lasciano passare i costituenti del plasma ma non le molecole più grandi  
prevalentemente proteine  
che vengono filtrate da una membrana tra i capillari ed il rivestimento



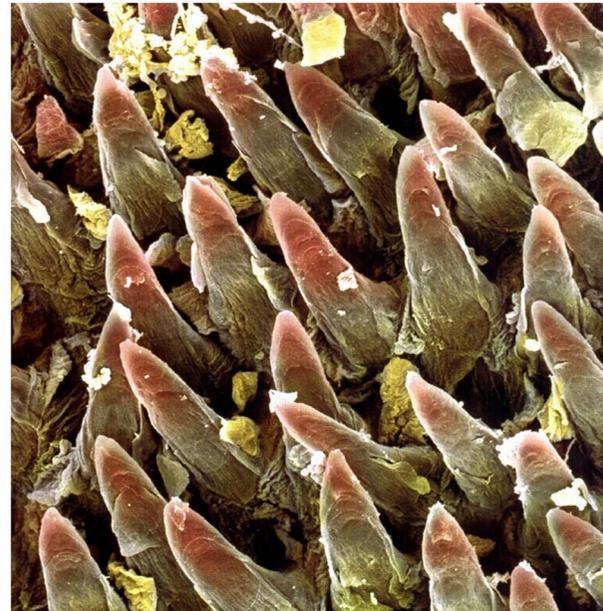
### capillare sul muscolo

i globuli rossi sono così piccoli  
che se ne trovano fino a sei milioni in un millilitro di sangue  
tuttavia alcuni capillari permettono il passaggio di un solo globulo rosso alla volta  
come quello in figura  
ci sono così tanti capillari nel corpo che la loro area  
trasversale totale può arrivare ad essere un migliaio di volte maggiore  
di quella dell'aorta  
la principale arteria del corpo



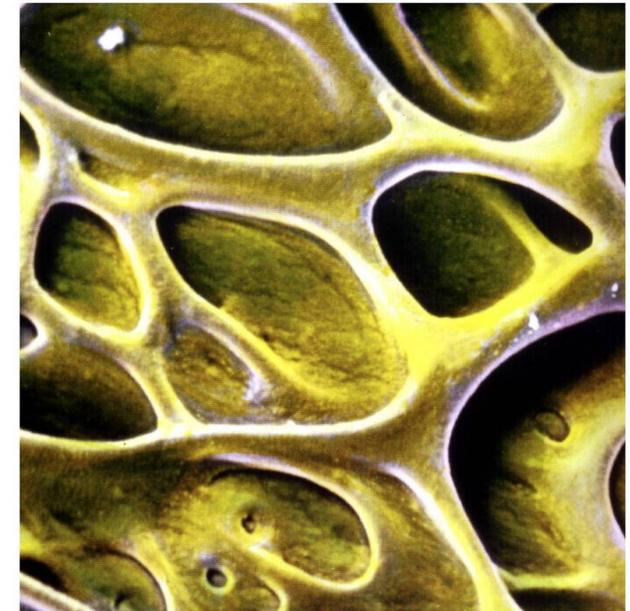
### rivestimento dello stomaco

lo stomaco è rivestito da cellule colonnari semplici che secernono muco  
il muco protegge dall'acidità gastrica  
che permette agli enzimi di decomporre i robusti tessuti  
contenuti nella carne  
ed uccide alcuni batteri dannosi



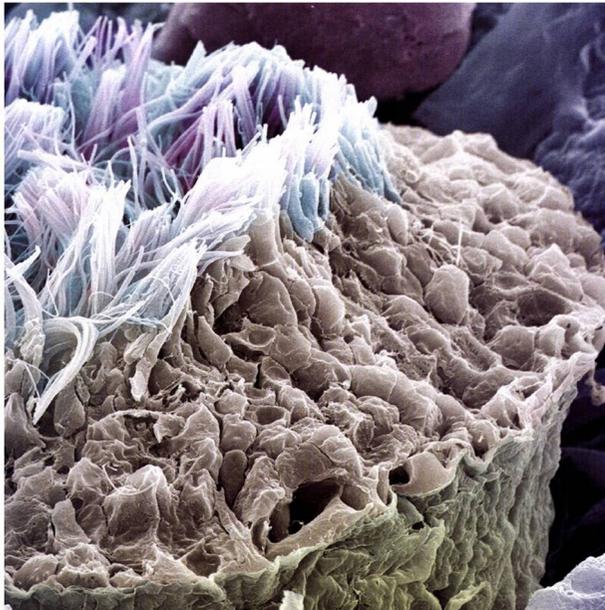
### papille sulla superficie della lingua

la trama ruvida della superficie superiore della lingua è dovuta a queste piccole proiezioni  
chiamate papille filiformi  
aiutano nella trasformazione meccanica del cibo e trasmettono  
anche informazioni tattili al cervello



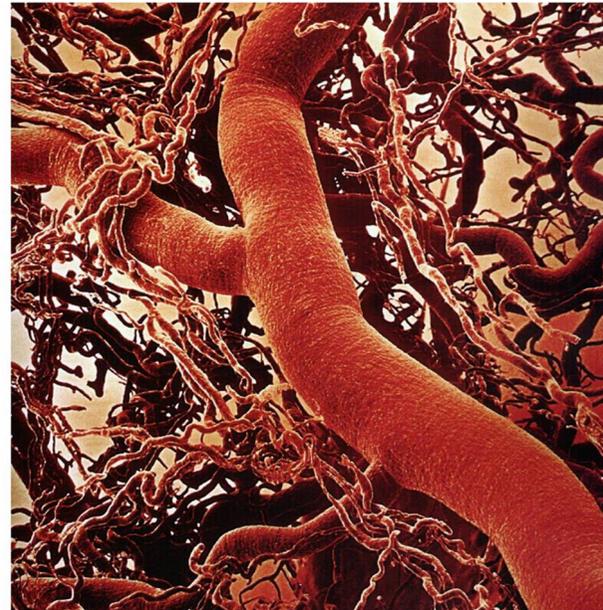
### parete della colecisti

la colecisti è una piccola sacca per l'accumulo di bile, un liquido digestivo alcalino  
prodotto dal fegato  
la bile serve per aiutare la digestione dei grassi  
le pieghe dell'immagine sono chiamate rughe e forniscono alle pareti della colecisti  
la necessaria forza meccanica



### produzione di spermatozoi in un testicolo

una sezione attraverso un testicolo mostra le code degli spermatozoi in via di sviluppo in un tubulo seminifero, la sede dove vengono prodotti più di mille spermatozoi vengono creati ogni secondo



### vasi sanguigni del pene

il reticolo di sottili vasi in figura si dirama nel tessuto spugnoso del pene a causa dell'eccitazione sessuale i vasi sanguigni del pene si dilatano rendendolo eretto poiché il pene riceve più sangue di quanto ne possa drenare



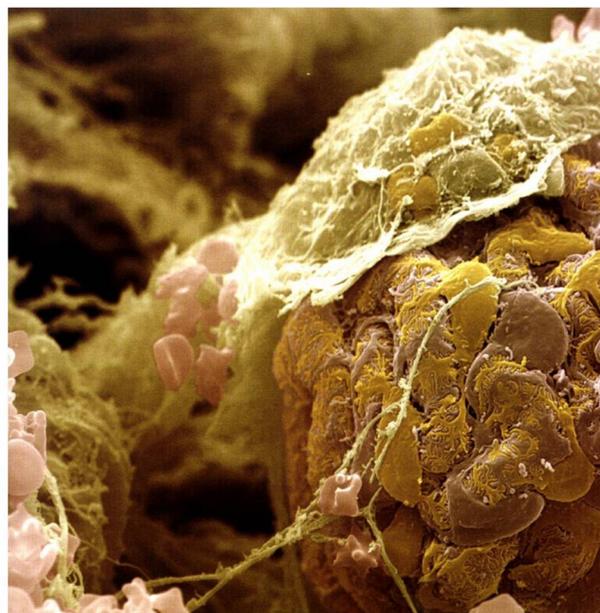
### membrana vaginale

la superficie della vagina è una membrana mucosa molto ripiegata le pieghe permettono alle pareti di espandersi durante il coito e durante il parto nell'eccitazione sessuale la membrana secreta muco, che lubrifica la vagina rendendo più facile la penetrazione del pene



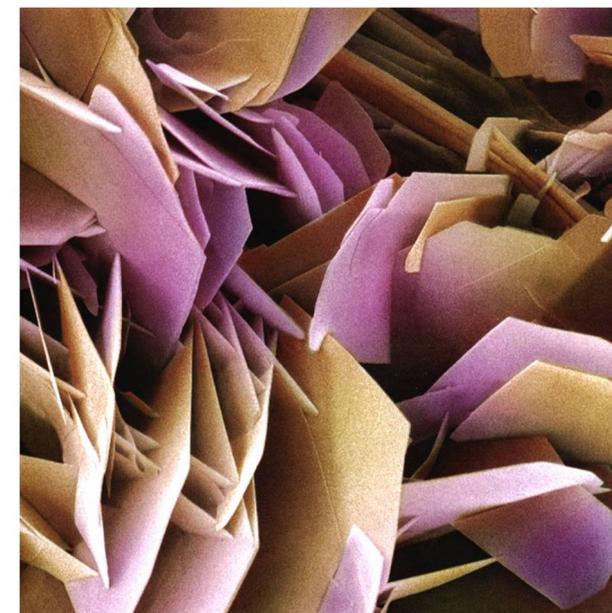
### glomerulo renale

il meccanismo di filtrazione del rene, che include il glomerulo, è così efficiente che può produrre 7.5 litri di filtrato in un'ora di questa quantità solo 0.125 litri diventano urina il resto viene riassorbito



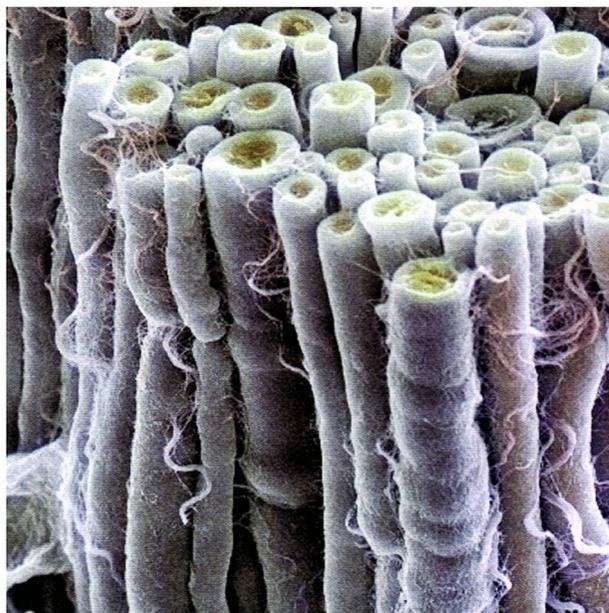
### glomerulo renale

l'immagine mostra il gomito di capillari racchiuso in una capsula renale le pareti dei capillari ed il rivestimento della capsula sono costituiti da cellule con sottili fessurazioni tra l'una e l'altra che lasciano passare i costituenti del plasma ma non le molecole più grandi prevalentemente proteine che vengono filtrate da una membrana tra i capillari ed il rivestimento



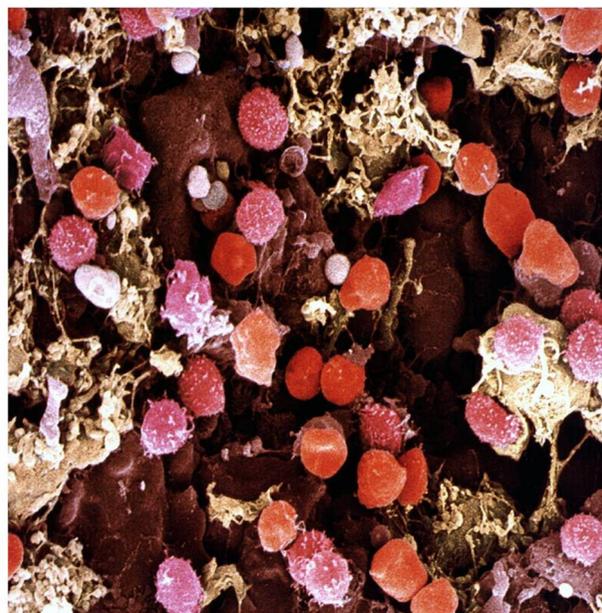
### cristalli di calcolo urinario

i calcoli di solito si formano per precipitazione di sali minerali di ossalato di calcio contenuti nell'urina i calcoli duri possono causare intenso dolore e può essere necessaria la rimozione chirurgica o la frantumazione con trattamento ad ultrasuoni



### sistema nervoso fascio di fibre nervose

un gruppo di fibre nervose è affastellato a formare una struttura chiamata fascicolo  
il fascio è tenuto insieme da collagene  
ogni fibra nervosa ha un tralcio centrale, l'assone, che trasporta  
i segnali nervosi e connette le cellule nervose insieme  
permettendo la trasmissione di impulsi elettrici  
queste fibre sono coperte da una guaina isolante di mielina che aumenta la velocità  
di trasmissione nervosa



### sistema immunitario linfonodo

le cellule rosa sono linfociti, che attaccano i corpi estranei direttamente  
oppure li distruggono tramite anticorpi  
le cellule marrone chiaro sono macrofagi, che inglobano batteri e residui  
e li digeriscono tramite enzimi  
le cellule rosse sono globuli rossi



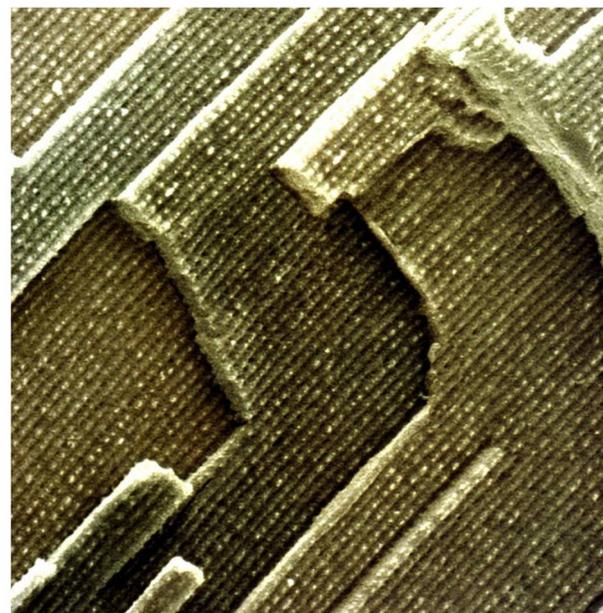
### sistema endocrino cristalli di estrogeni

le strutture blu sono cristalli di estradiolo, il più potente dei sei ormoni estrogeni naturali  
questi stimolano lo sviluppo del sistema riproduttivo  
e dei caratteri sessuali secondari  
l'estradiolo è secreto dalle ovaie ed è il principale ormone di controllo  
del ciclo mestruale



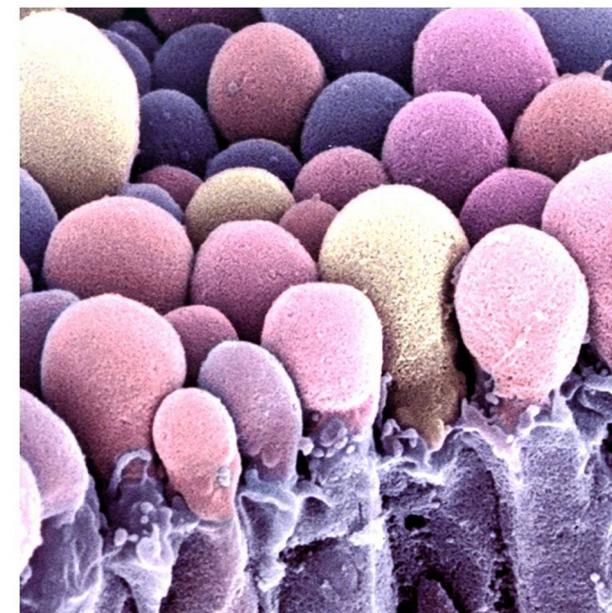
**udito ed equilibrio**  
**granuli di otoliti dall'orecchio interno**

questi granuli sono cristalli di carbonato di calcio attaccati alla superficie di un otolita che è una concrezione attaccata ai peli sensoriali dell'orecchio interno quando la testa si inclina i movimenti degli otoliti danno origine ad impulsi nervosi la loro iperstimolazione può causare mal d'aria, mal d'auto e mal di mare



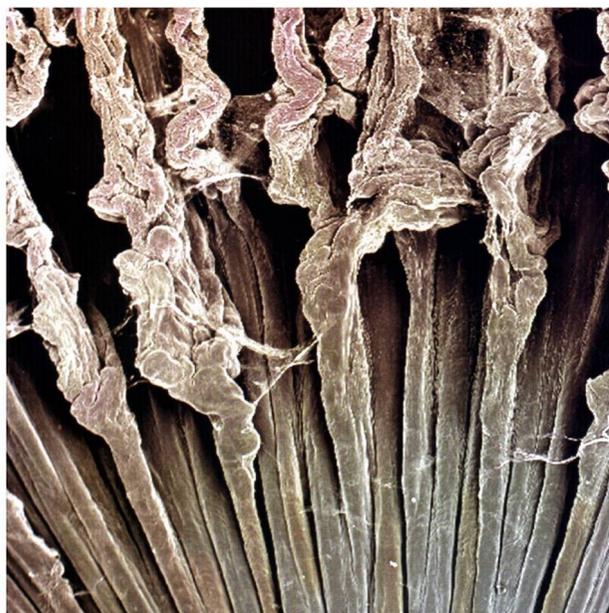
**vista**  
**cellule del cristallino dell'occhio**

queste lunghe pile di cellule provengono dal cristallino parte trasparente dell'occhio che focalizza la luce sulla retina la trasparenza del cristallino è dovuta all'assenza di nuclei nelle sue cellule e alla precisione cristallina della loro disposizione le cellule sono chiamate fibre perchè hanno dimensioni inferiori a 100 nanometri con l'età la lente si può opacizzare ma può essere sostituita con una artificiale di plastica



**cervello**  
**cellule secretorie del plesso corioideo**

le punte rigonfie di queste cellule secernono liquido cerebrospinale che fa da cuscinetto al cervello e al midollo spinale contro gli shock meccanici il liquido che bagna la parte esterna del cervello e riempie le quattro camere cerebrali viene prodotto in un sistema di vasi sanguigni chiamato plesso corioideo se il flusso di liquido viene bloccato il cervello si gonfia e nasce la condizione di idrocefalia



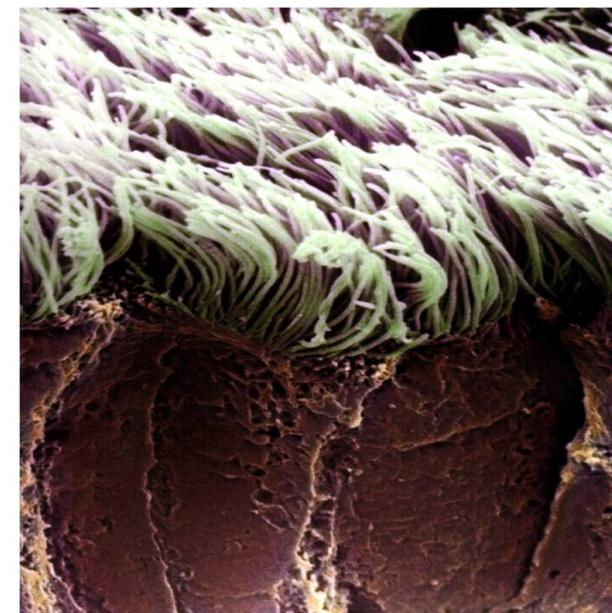
### **vista sezione dell'occhio**

questa sezione mostra l'iride, anello muscolare che controlla la quantità di luce che entra nell'occhio  
le fibre sopra di essa sono parte del corpo ciliare che contiene i muscoli che si contraggono per modificare la curvatura del cristallino e focalizzare la luce sulla retina  
il corpo ciliare secerne anche umore acqueo  
liquido che riempie la cavità tra la cornea e l'iride e tra l'iride e il cristallino



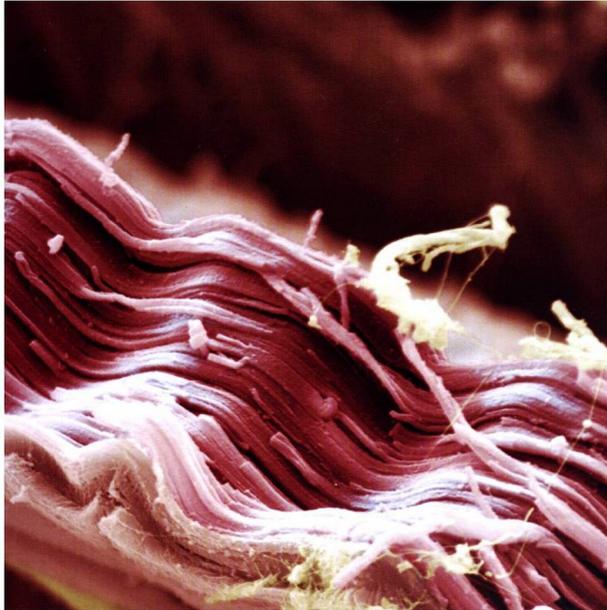
### **tessuto di sostegno e conensione fibrille di collagene nella vescica**

nella parete di una vescica vuota le fibrille di collagene sono agglomerate in fasci avvolti a spirale  
con il riempirsi della vescica i fasci si sbrigliano fino a raggiungere la piena estensione poichè il collagene è forte ma elastico  
le fibrille prevengono l'iperdistensione della vescica



### **sistema respiratorio ciglia epiteliali bronchiali**

come la trachea, i bronchioli sono rivestiti da una membrana mucosa formata da cellule epiteliali, che in figura sono in marrone, con ciglia piliformi, in verde e rosa  
i movimenti ritmici delle ciglia raccolgono i batteri ed altre particelle intrappolate dal muco



**fibra di muscolo scheletrico**



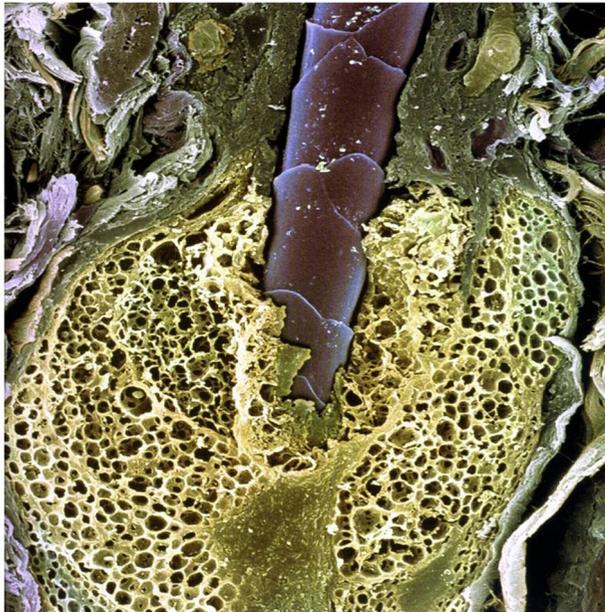
**fibra di muscolo scheletrico**

i sottili tralci sono chiamati miofibrille permettono ai muscoli di contrarsi



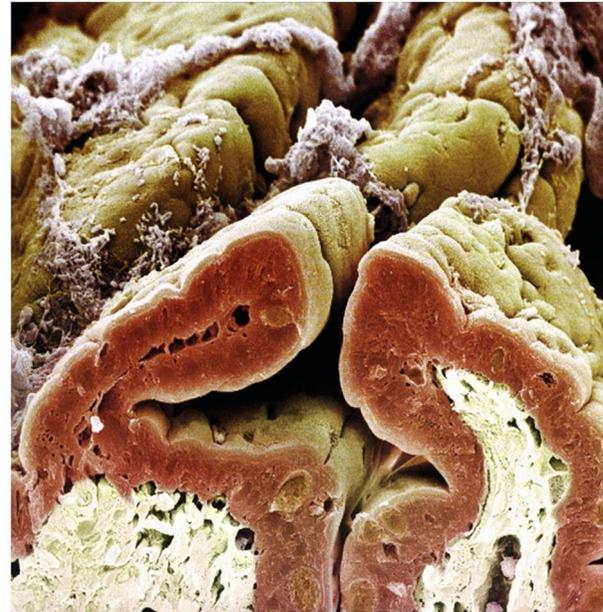
**strato esterno della cute**

spesso rivestimento formato da strati sovrapposti di cellule morte, appiattite che sono continuamente eliminate e sostituite con il muoversi delle cellule verso l'alto, esse si riempiono di cheratina proteina fibrosa che costituisce anche peli ed unghie



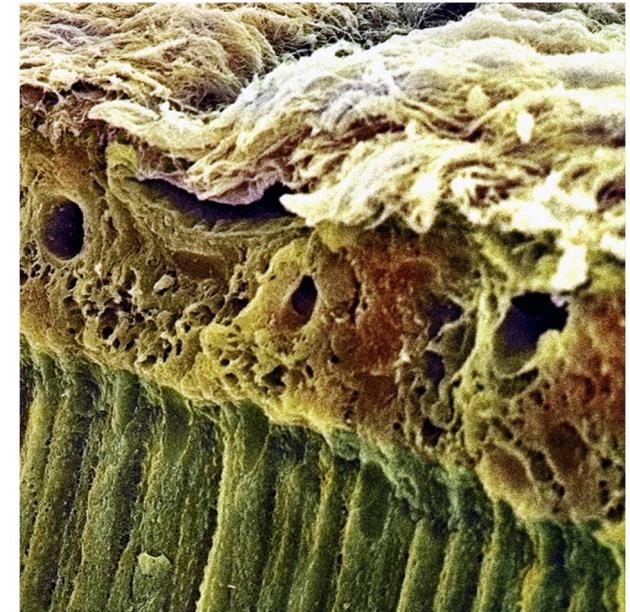
### follicolo pilifero

il fusto del pelo si erge attraverso la cute  
la struttura alveolare che circonda il follicolo è una ghiandola sebacea  
le strutture verde scuro sono parti del muscolo che provoca la pelle d'oca in caso di freddo  
o paura



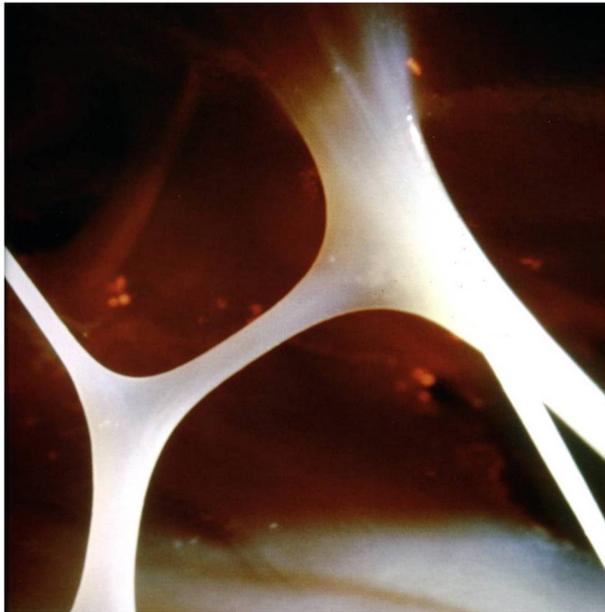
### copertura del piccolo intestino

sono mostrate le profonde pieghe, chiamate villi, che aumentano l'area utile  
all'assorbimento di nutrienti provenienti dal cibo  
le cellule epiteliali in rosso  
sono sostenute dal tessuto connettivo marrone chiaro  
che forma la parte centrale di ciascuna piega  
l'altezza di un villo varia da 0.3 a 0.8 mm



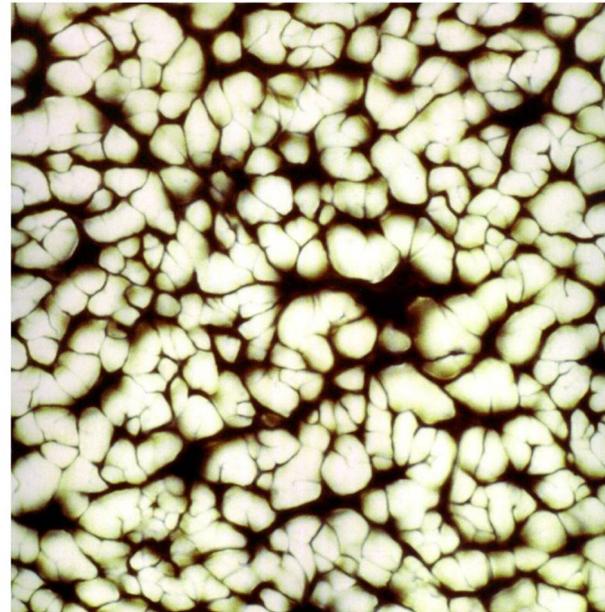
### smalto dentario

lo smalto è la sostanza più dura prodotta dai mammiferi  
copre e protegge i denti



### tendini cardiaci

detti anche corde tendinee  
attaccano il muscolo dell'interno del cuore alle valvole cardiache  
che aiutano a controllare il passaggio di sangue  
tra le varie camere del cuore



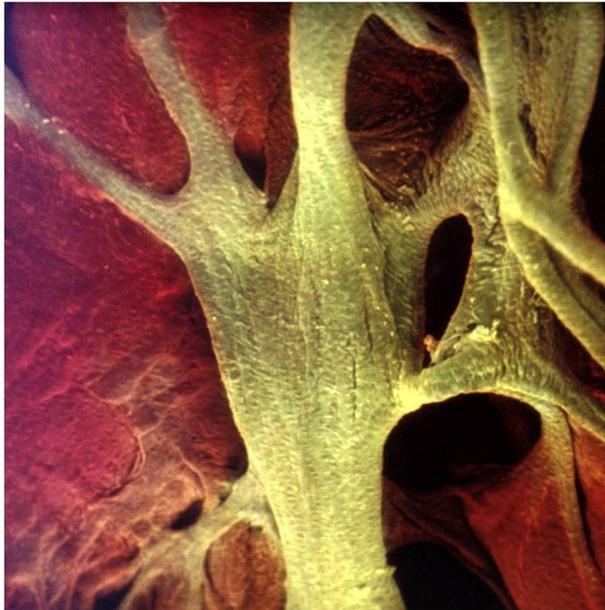
### sezione di tendine

i tendini attaccano i muscoli alle ossa e non sono elastici  
osservati in sezione consistono in  
fasci di fibre di collagene  
strettamente aggregate, che gli conferiscono grande robustezza



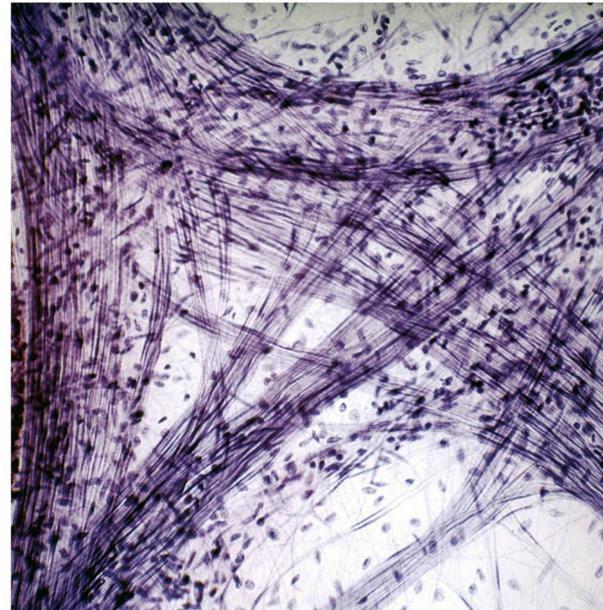
### tessuto adiposo

ha scarsa robustezza strutturale  
è localizzato sotto la pelle ed intorno ad organi interni come i reni



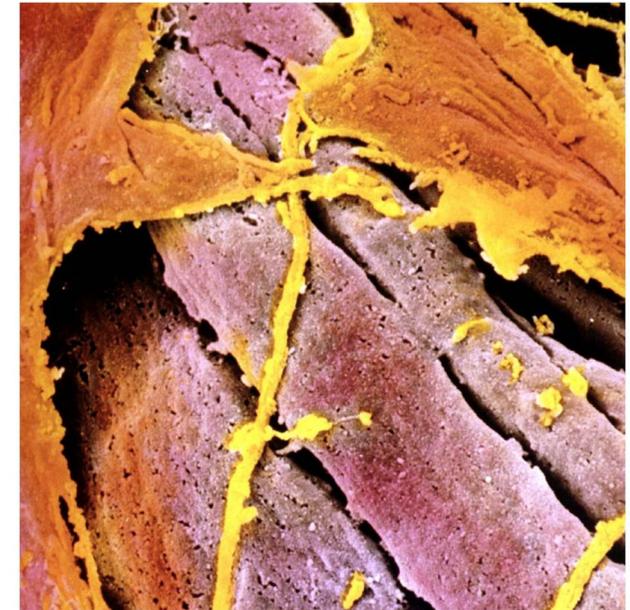
### **fibre di purkinje e muscoli del cuore**

alcune parti del cuore controllano il battito cardiaco trasmettendo impulsi elettrici ai due ventricoli permettendo la loro quasi simultanea contrazione la diffusione dell'eccitazione attraverso i ventricoli è molto rapida muovendosi ad una velocità di 4 m/s



### **muscoli lisci della vescica**

la parete della vescica ha tre strati di fibre muscolari lisce che si mischiano e, al contrario di quanto avviene nel muscolo scheletrico, non possono essere chiaramente separate l'una dall'altra il muscolo liscio è anche chiamato involontario poiché produce contrazioni al di là del controllo cosciente dell'individuo



### **muscoli lisci delle tube di falloppio**

canale che conduce l'ovulo femminile dall'ovaio all'utero, dove l'uovo fecondato si svilupperà in embrione le bande del muscolo aiutano a spingere l'ovulo lungo la tuba mediante contrazioni ondulatorie



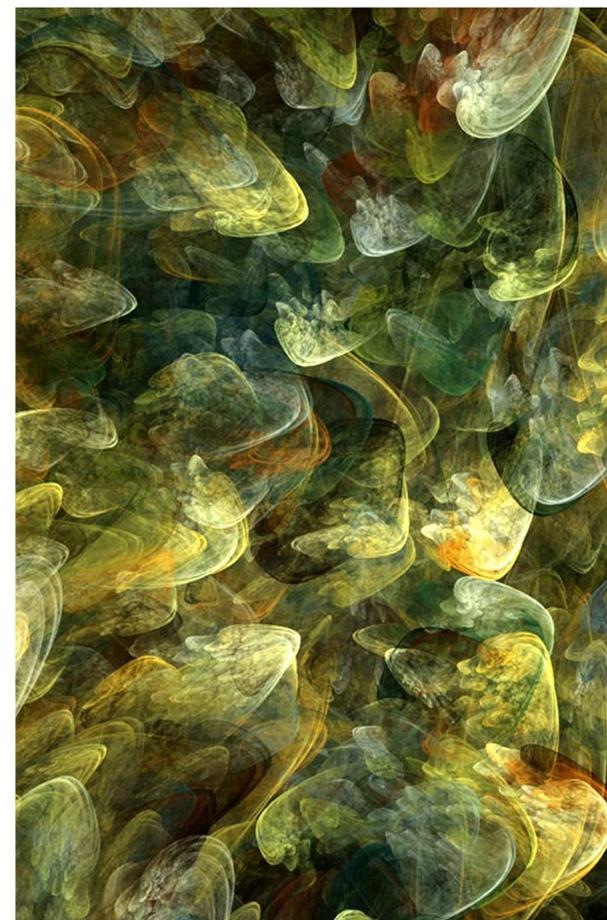
frakt xplorerz

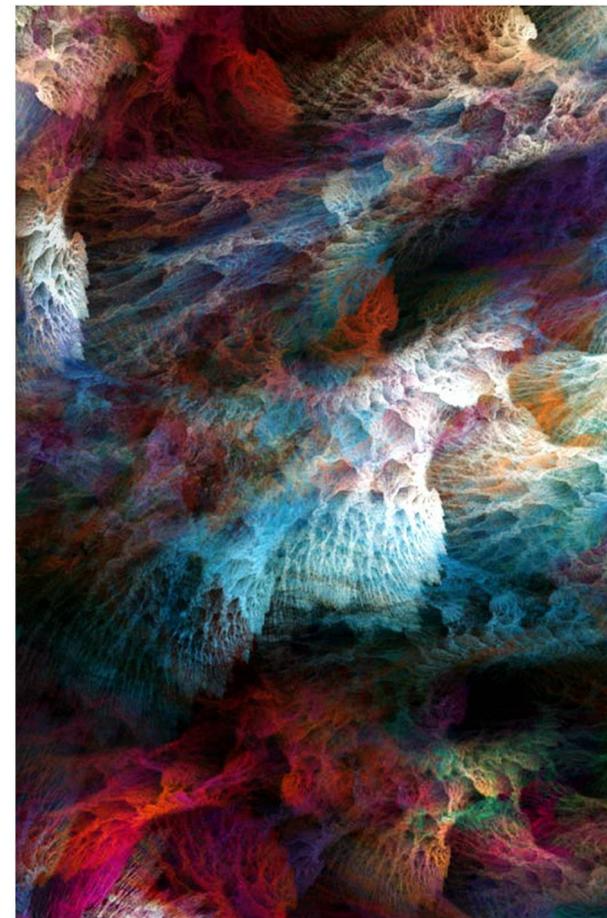
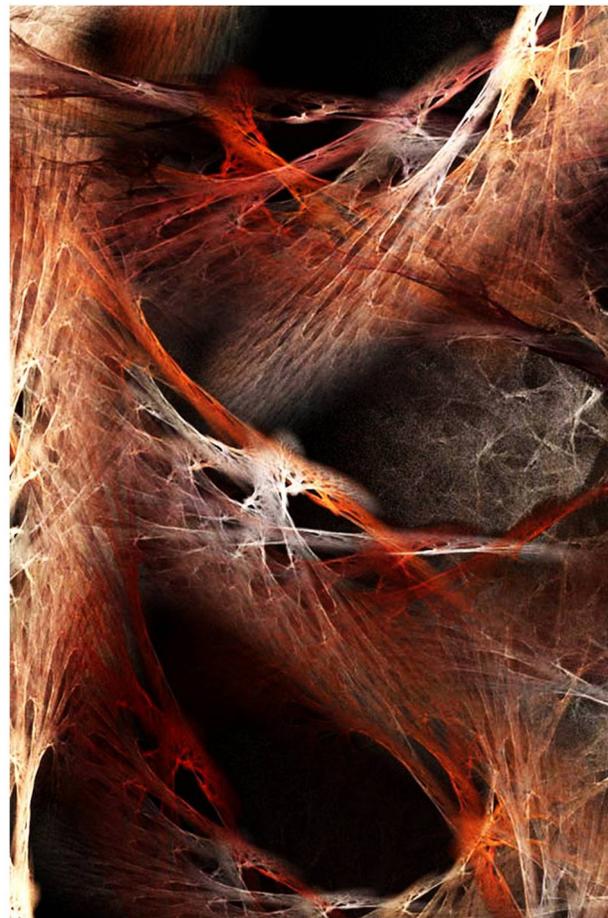
sai la gente che sclera...



frakt xplorerz

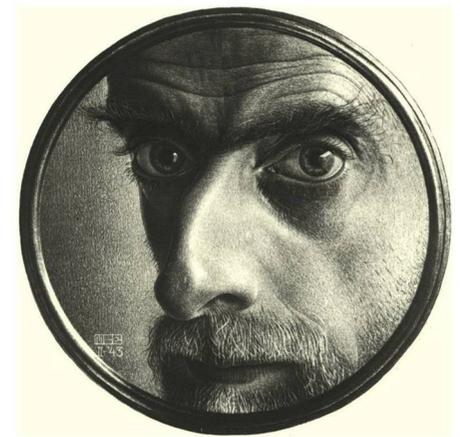
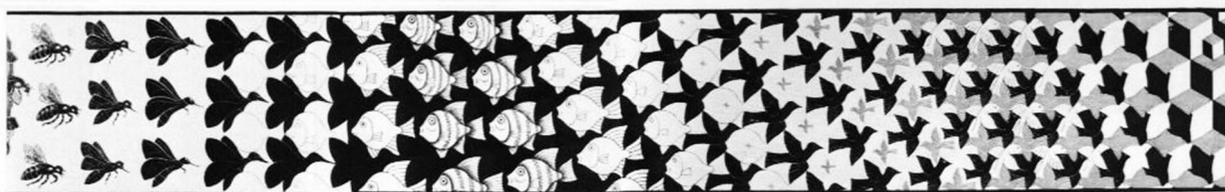
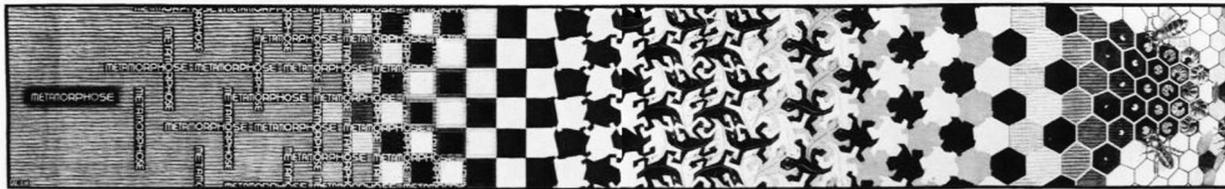
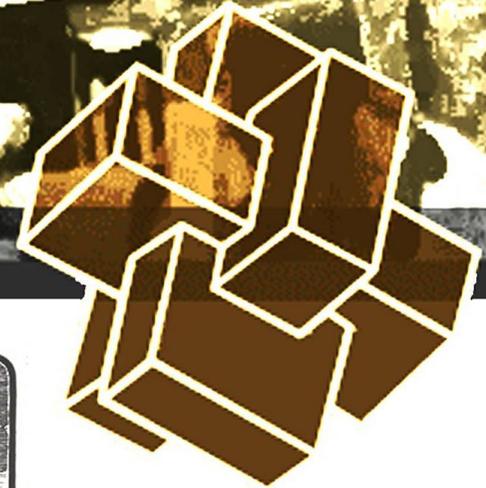
ingoja la tua paranoja...

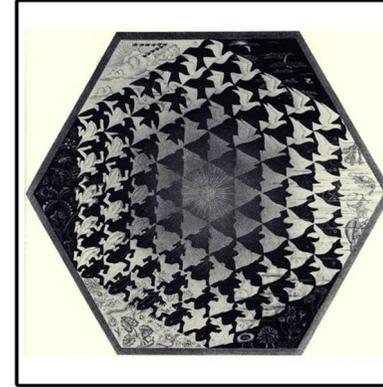
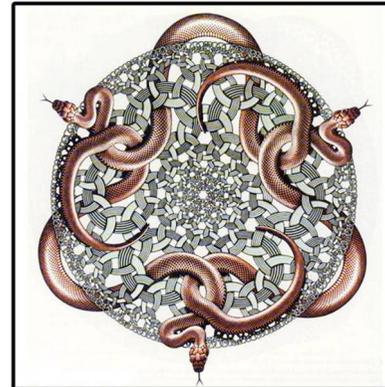
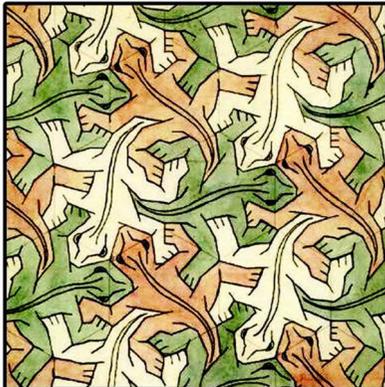
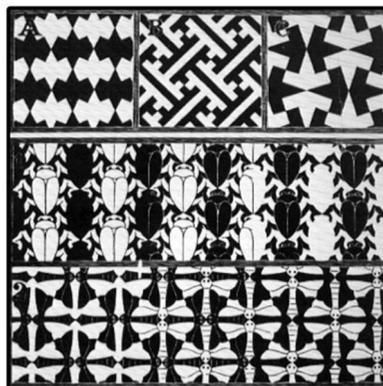
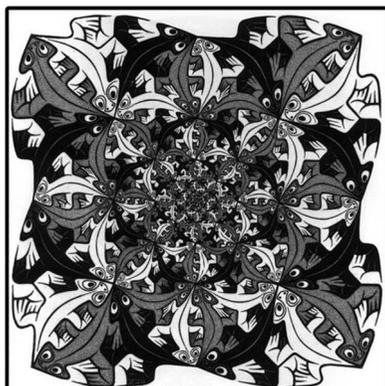
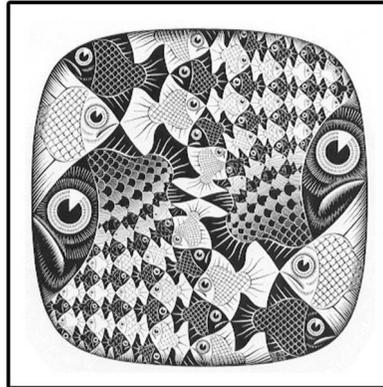
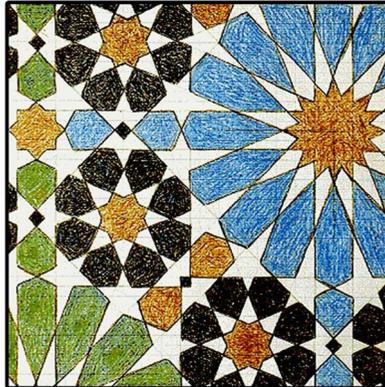
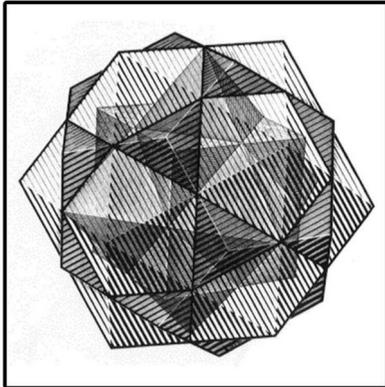




# M. ESCHER

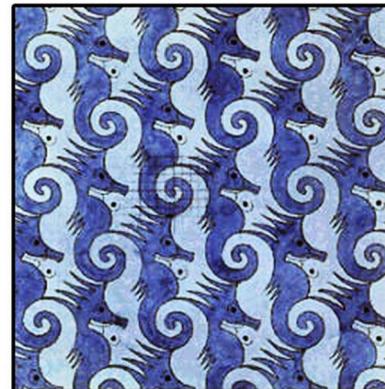
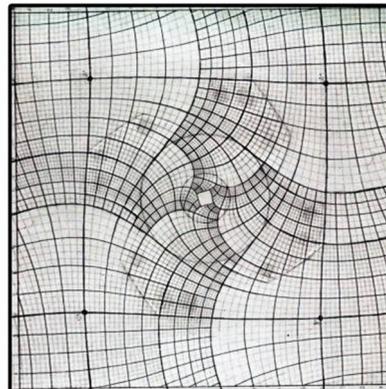
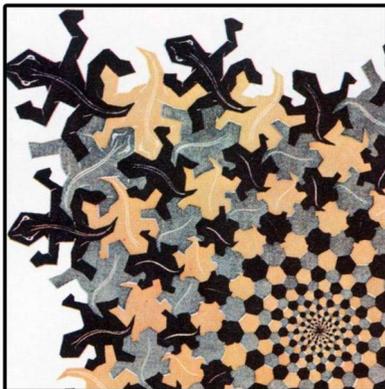
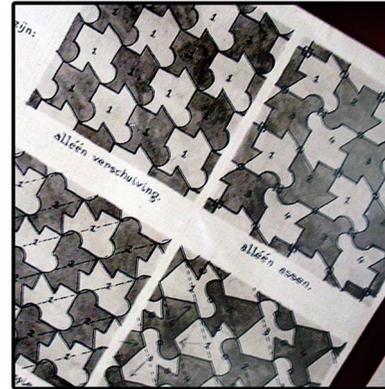
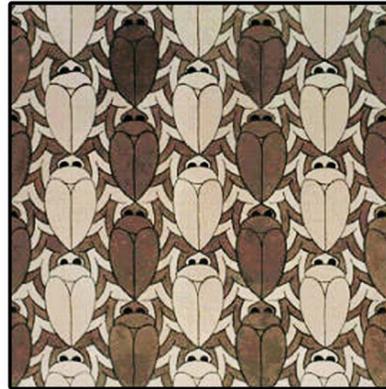
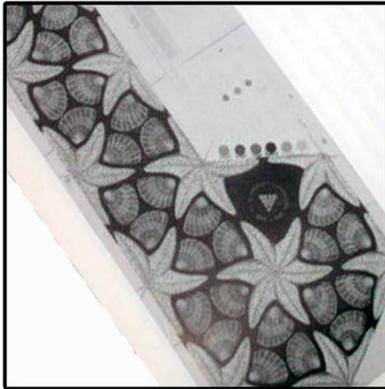
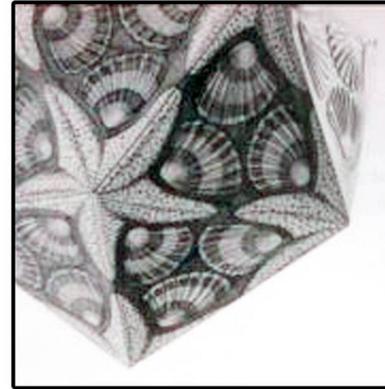
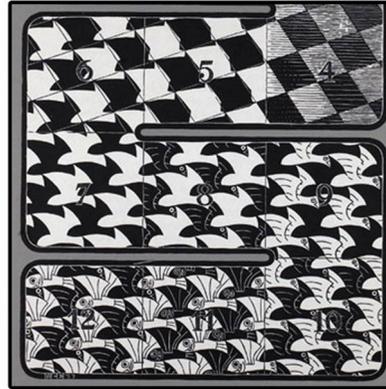
MINDSCAPES





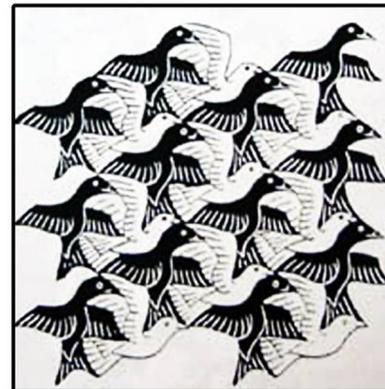
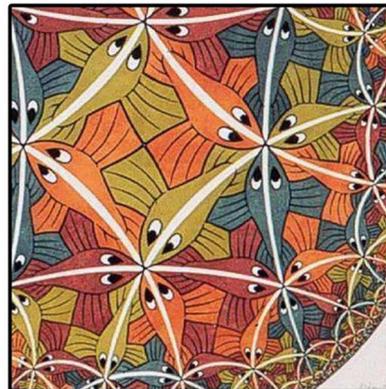
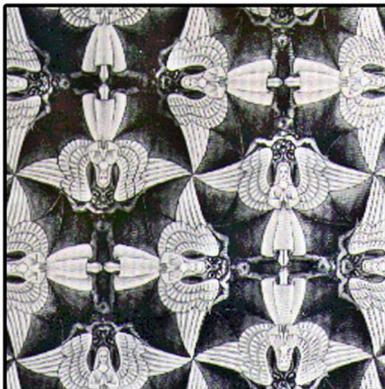
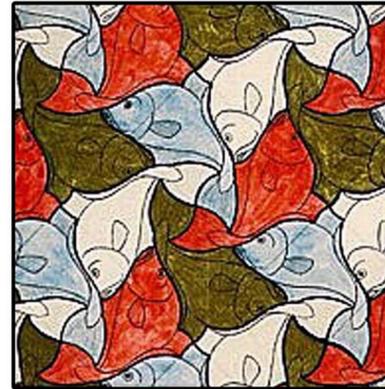
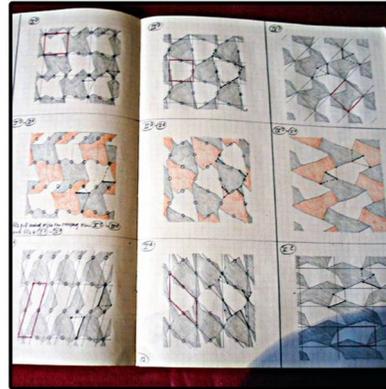
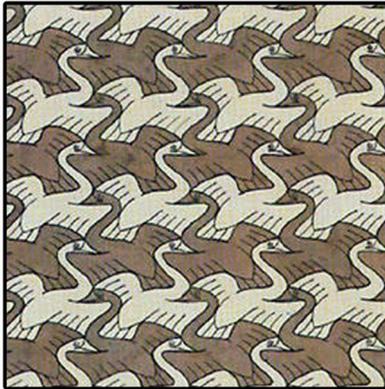
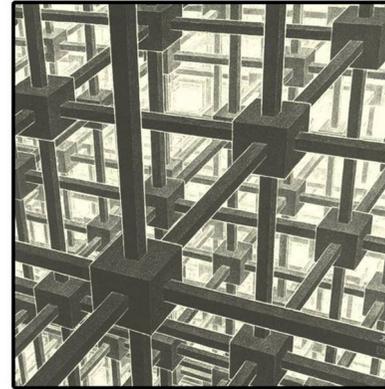
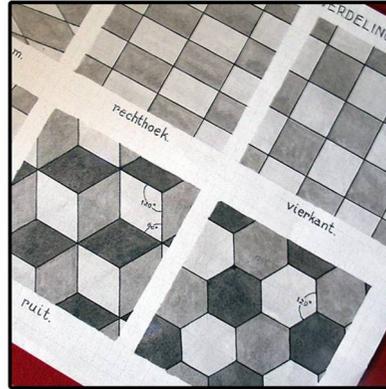
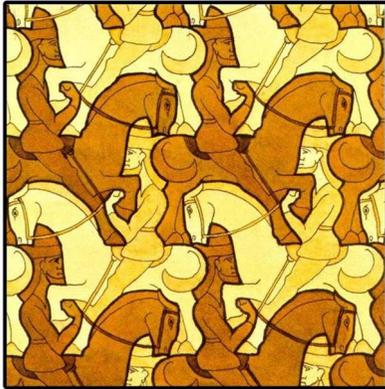
**maurits cornelis escher**

1898 / 1972  
tassellazioni  
suddivisioni regolari del piano



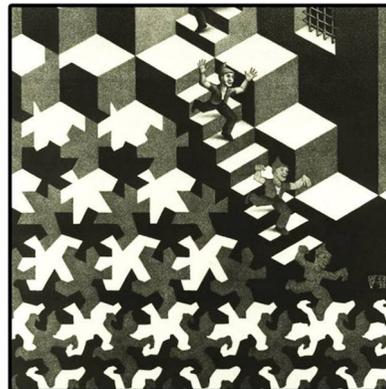
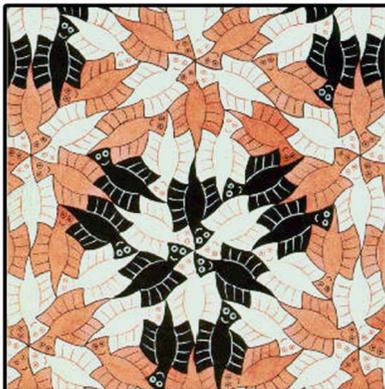
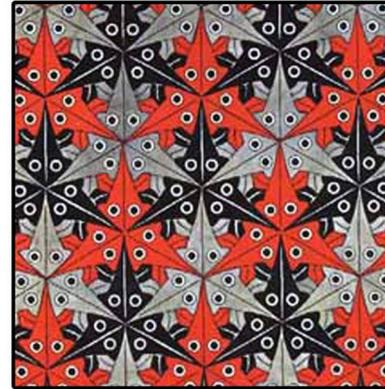
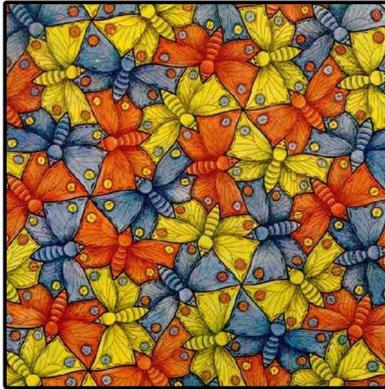
maurits cornelis escher

1898 / 1972  
deformazione poligoni  
ambiguità geometriche



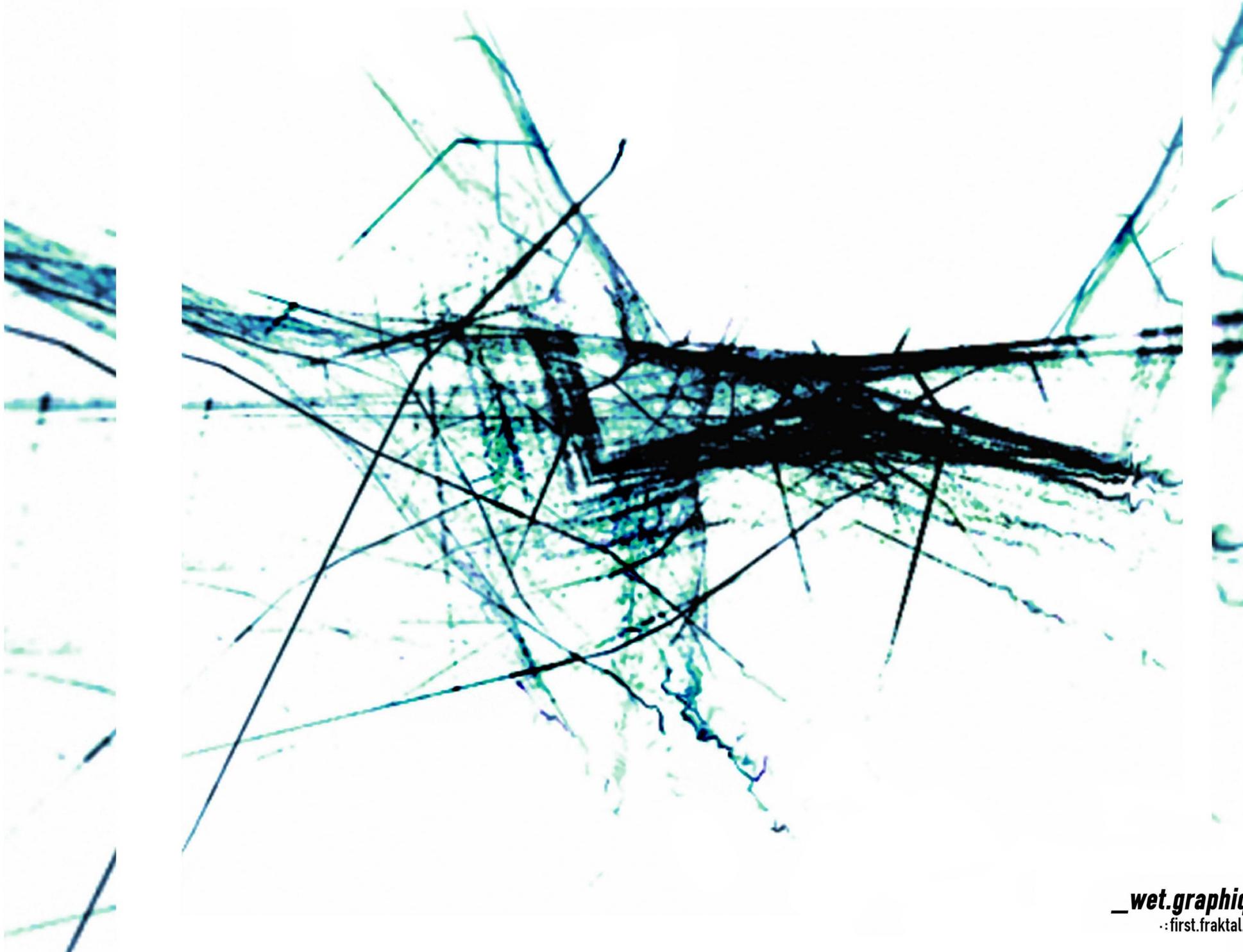
maurits cornelis escher

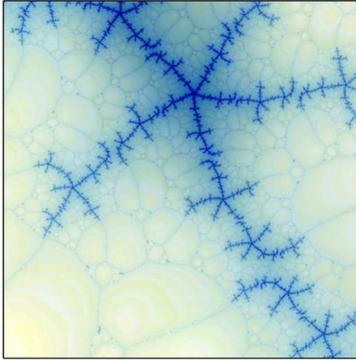
1898 / 1972  
incerta percezione  
dello spazio



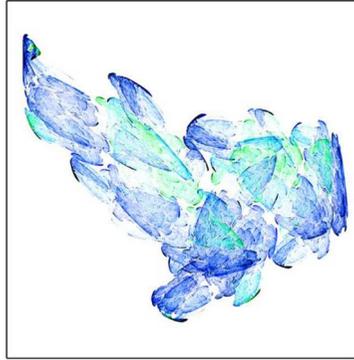
maurits cornelis escher

1898 / 1972  
poliedri simbolismo  
ordine nel kaos





⌘

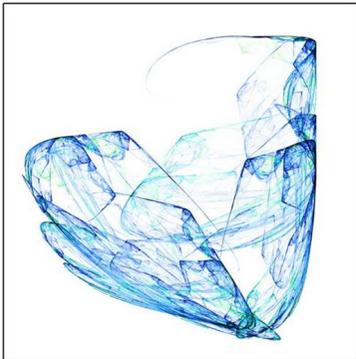


⌘

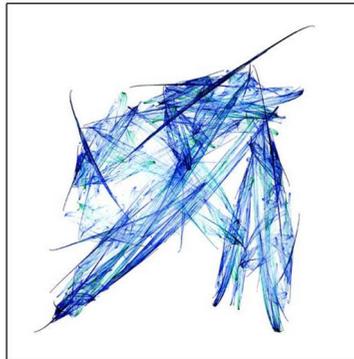
**inverse\_third.apex**

38x38

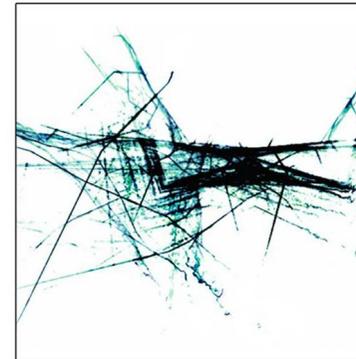
IV satin digital prints  
wet.graphique\_2004



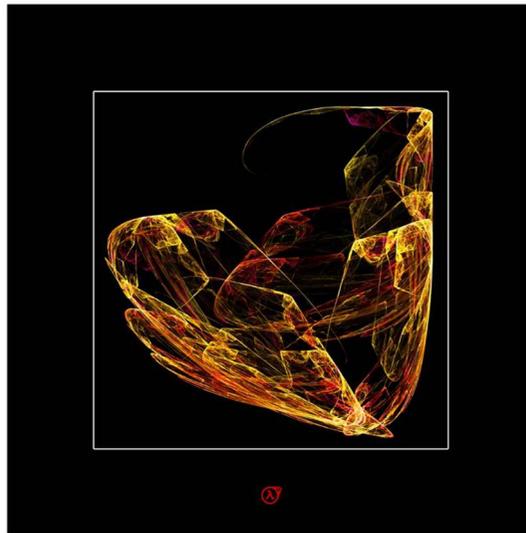
⌘



⌘

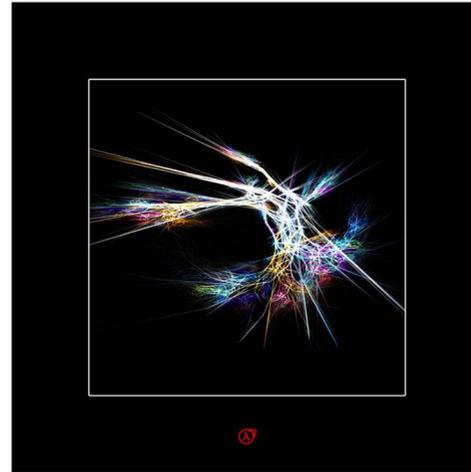


⌘



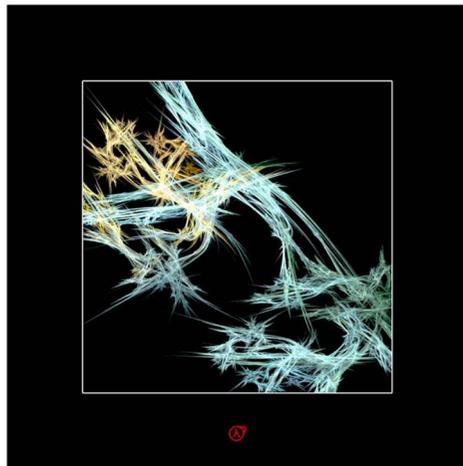
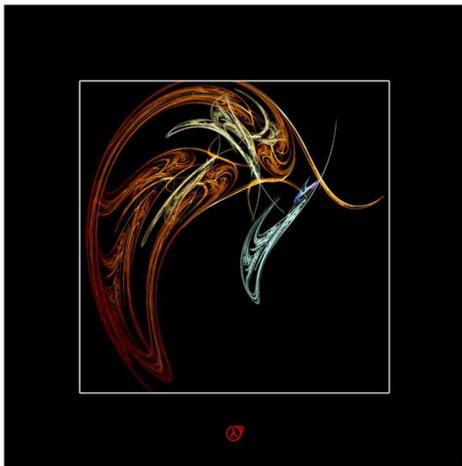
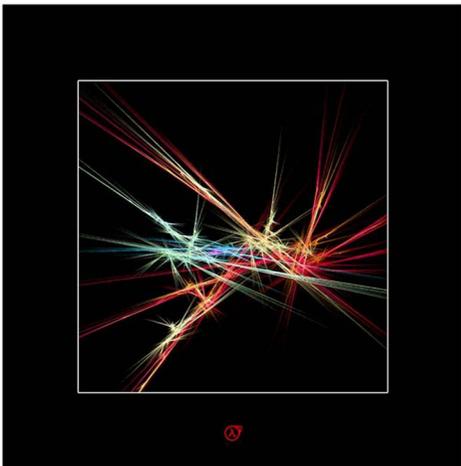
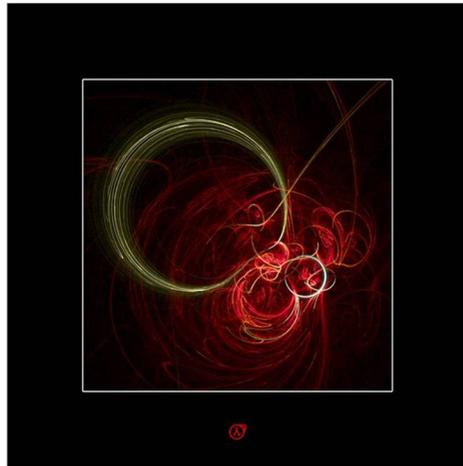
**aurea flames**

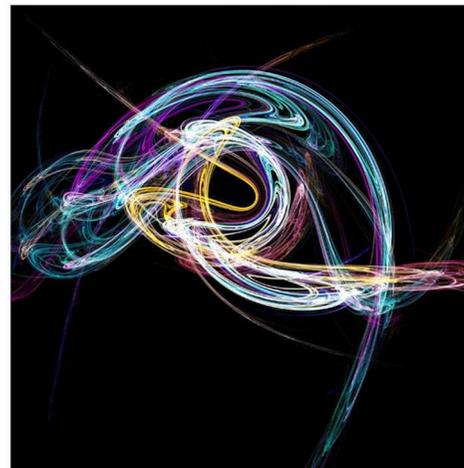
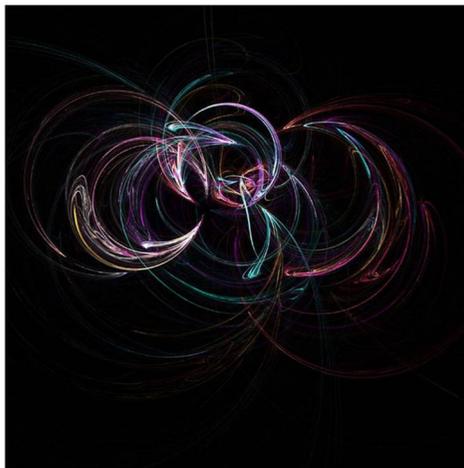
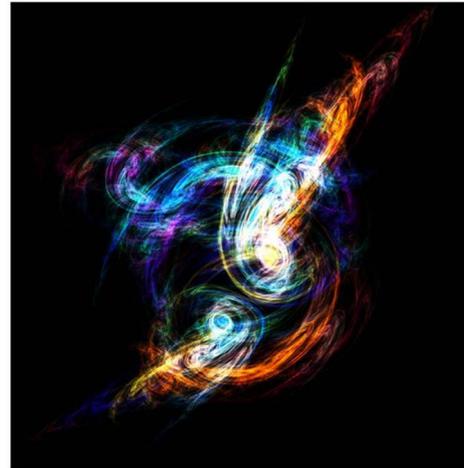
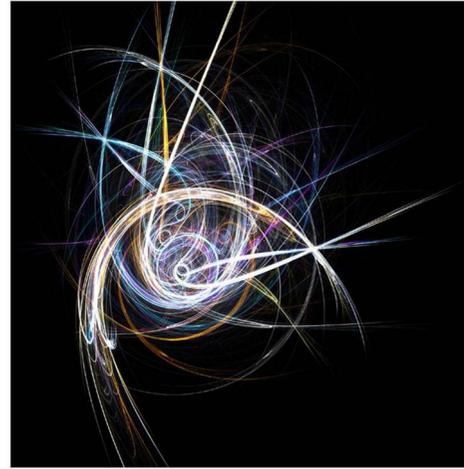
30x30  
V satin digital prints  
wet.graphique\_2003

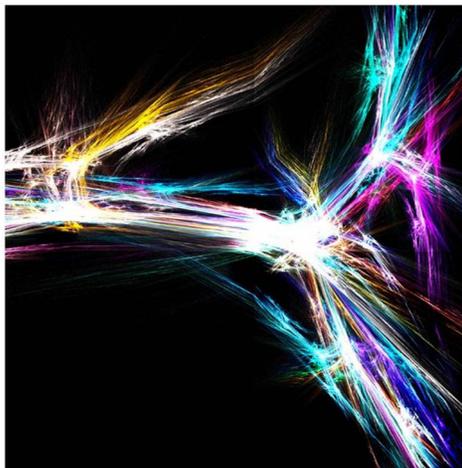
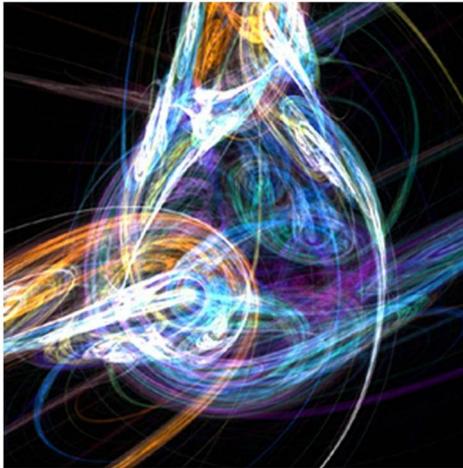
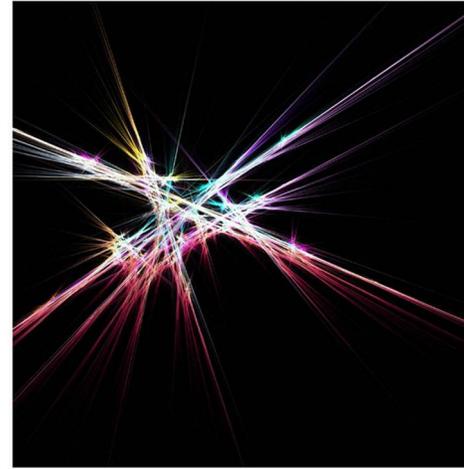
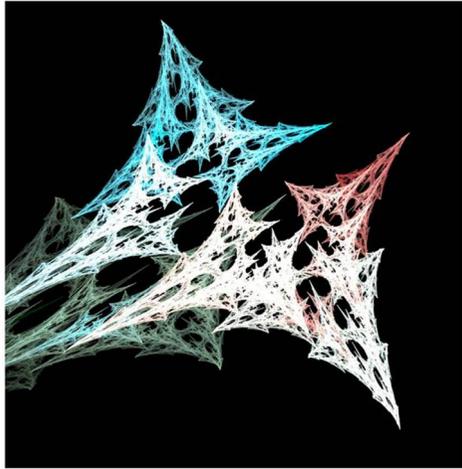


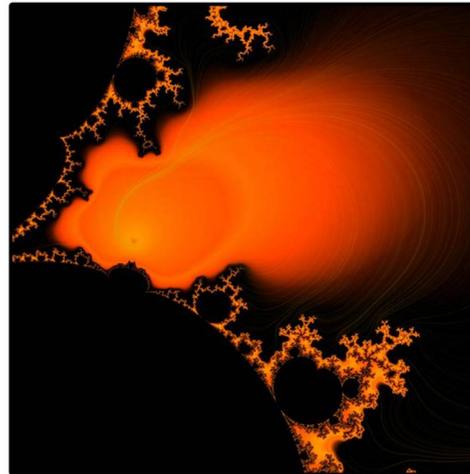
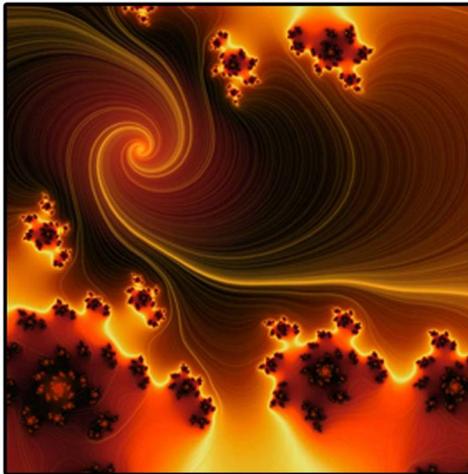
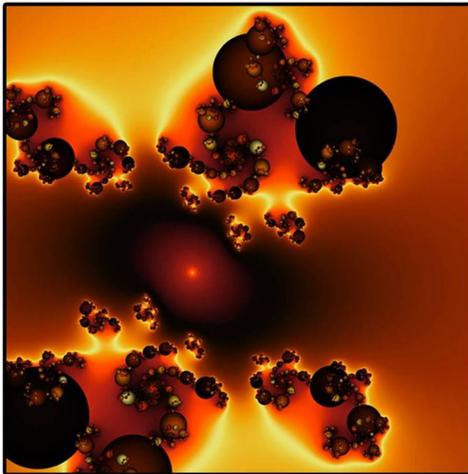
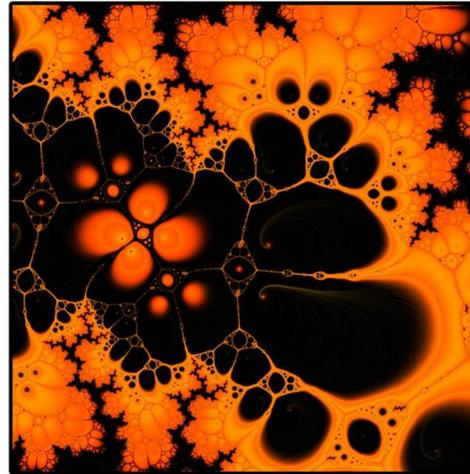
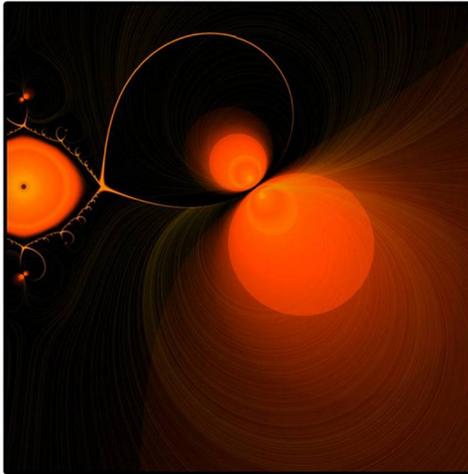
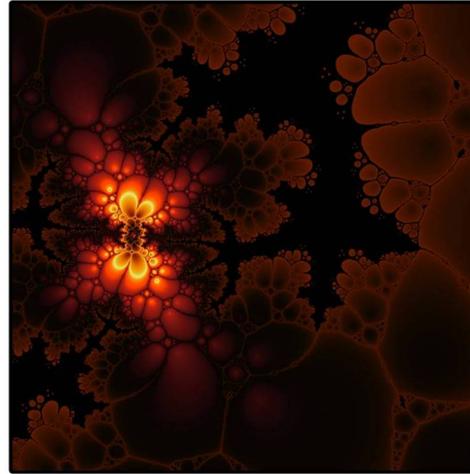
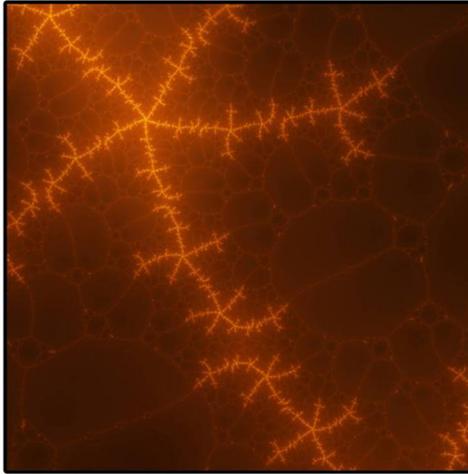
2003:hypes†

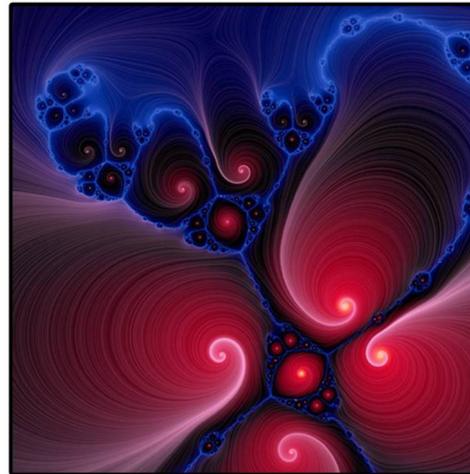
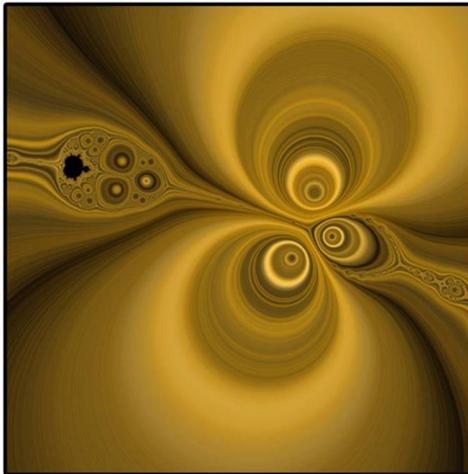
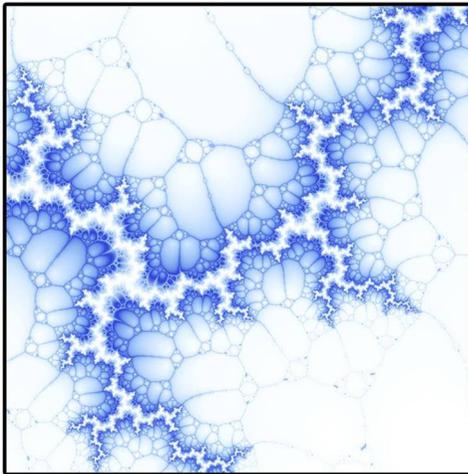
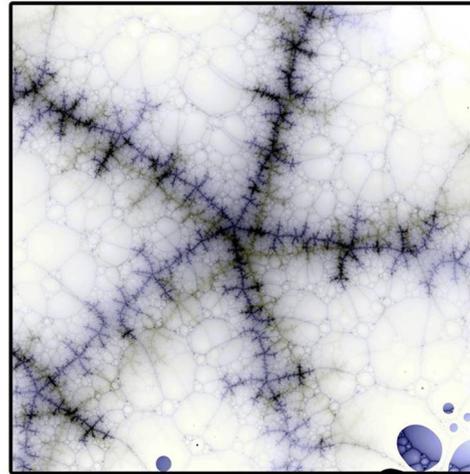
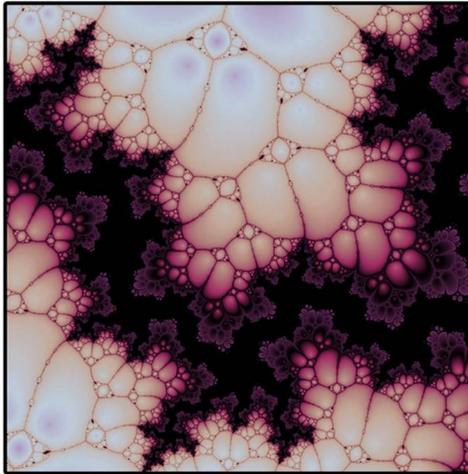
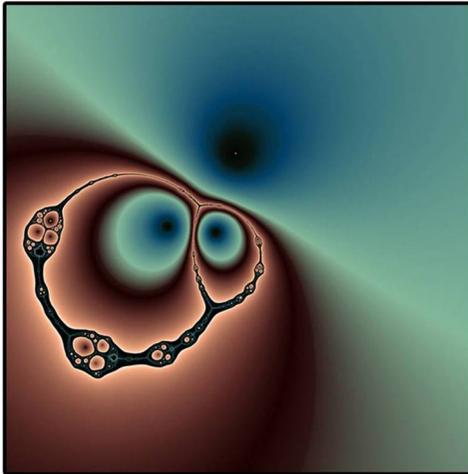
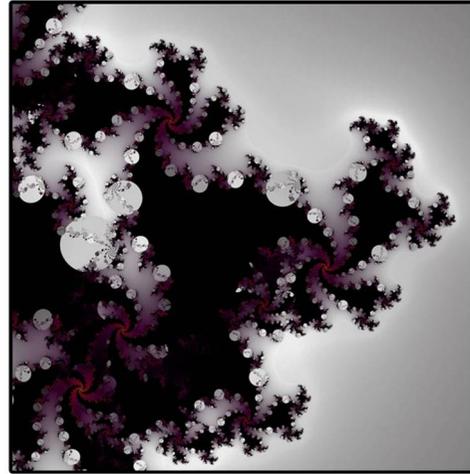
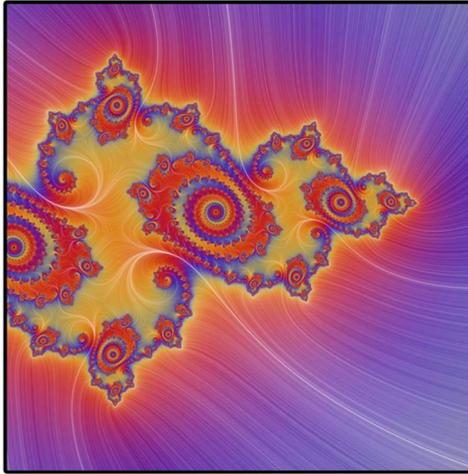
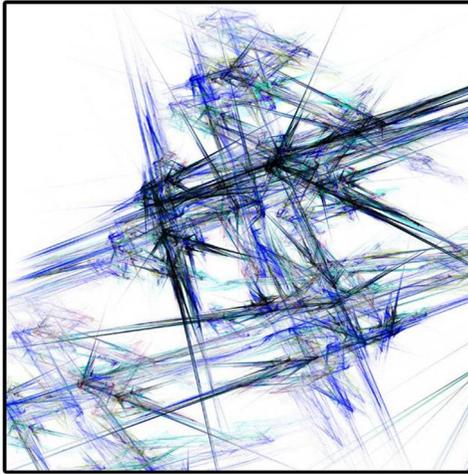
30x30  
IX satin digital prints  
wet.graphique\_2003

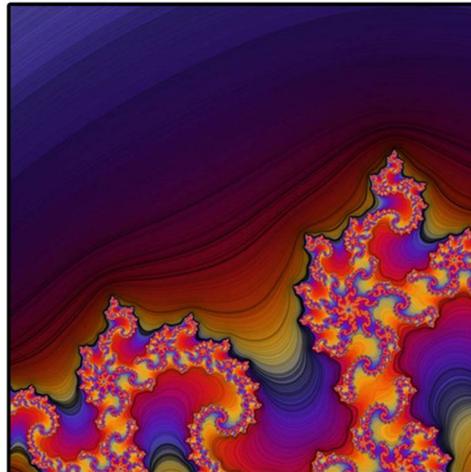
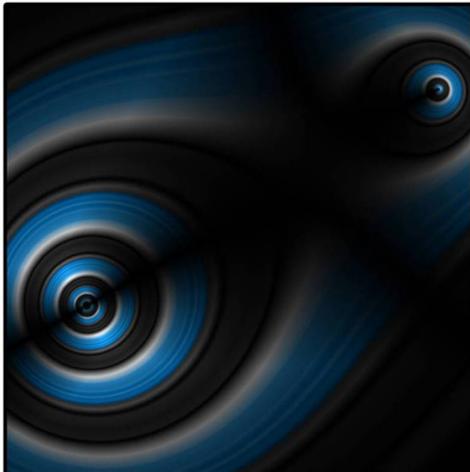
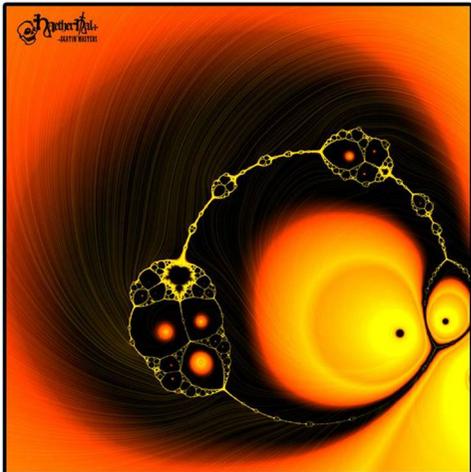
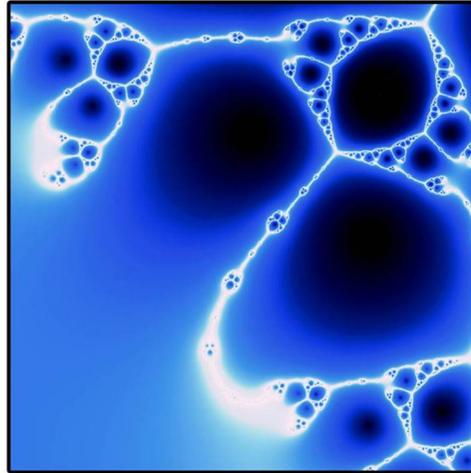
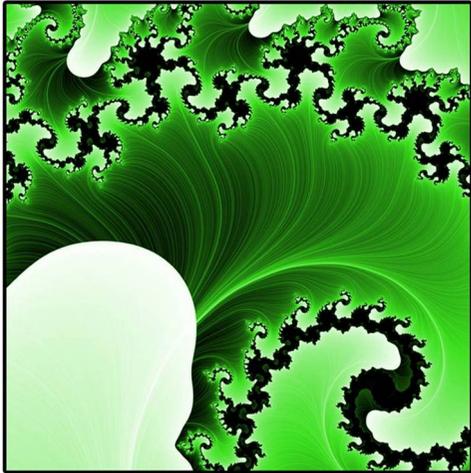
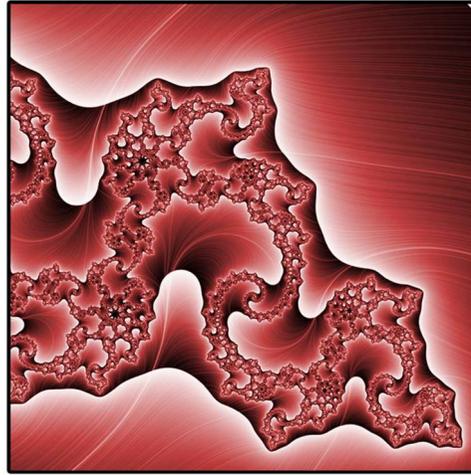
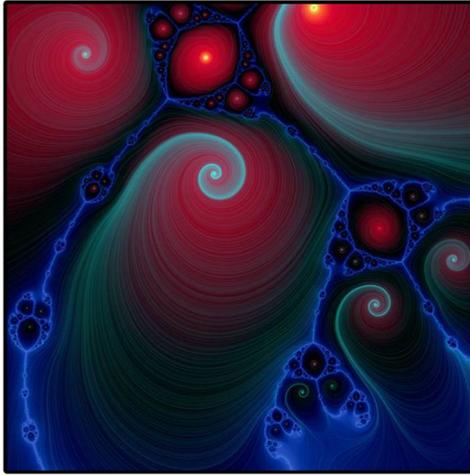
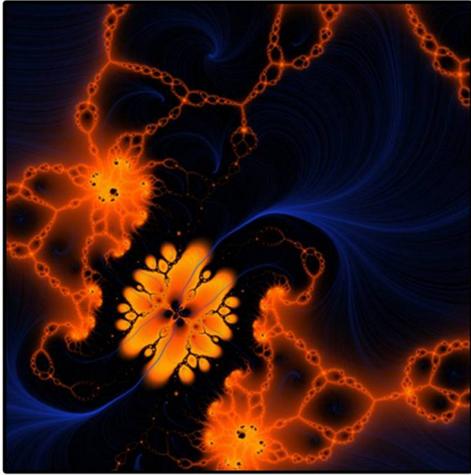


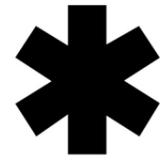












appendice

## Appendice Precisioni ed ulteriori considerazioni

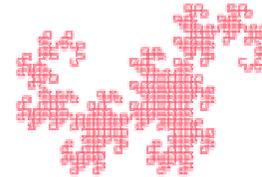
**L'autosomiglianza non è assoluta.** Bisogna puntualizzare sul fatto che l'autosomiglianza non è assoluta. Zoomando seppure all'infinito, non avremmo nulla da vedere che non si sia già visto ad una scala più grande. I frattali non sono rigidamente autosimilari: ce ne sono alcuni che diventano selvaggiamente differenti durante l'ingrandimento. Nella selezione della porzione di oggetto da visualizzare, si performa un approccio fotografico: prima dello scatto scegliamo l'inquadratura ma soprattutto il soggetto da fotografare. E più si va a fondo, più si ha la possibilità di osservare qualcosa che nessuno abbia mai visto prima.

**Colori delle immagini e loro dimensione.** In particolare il confine dell'insieme di Mandelbrot è un frattale. In linea di principio si può effettuare uno zoom su qualsiasi parte dell'insieme e all'ingrandimento che si desidera: teoricamente l'ingrandimento che si può raggiungere utilizzando un calcolatore, è di molto superiore a quello necessario a risolvere il nucleo di un atomo. Se questa immagine fosse larga 10 cm, l'insieme di Mandelbrot (Main Set) visto alla stessa scala sarebbe largo  $10^{33}$  cm (10 elevato alla potenza 33), ovvero  $10^{15}$  anni luce (attenzione: l'anno luce è una misura di spazio, non di tempo come alcuni film fanno credere...). È una stupefacente grandezza, assolutamente fuori da ogni possibilità di essere compresa: la nostra Via Lattea è larga solo 100,000 anni luce... Guardando le immagini bisogna tenere presente che tutti i punti di colore diversi dal nero non appartengono all'insieme di Mandelbrot. La bellezza di queste immagini sta in gran parte nell'alone di colori assegnati ai punti in fuga. Se fosse necessario vedere l'insieme isolato, la sua immagine sarebbe affatto piacevole: l'insieme è coperto da filamenti e miniature di se stesso. In realtà nessuno dei mini-Mandelbrot è una copia esatta dell'insieme genitore e nessuno di essi è uguale ad un altro. L'insieme di Mandelbrot può essere così considerato l'oggetto più complesso della matematica.

**Effetto butterfly, teoria del caos e suo rapporto con i frattali.** La teoria del caos è lo studio dei sistemi non lineari, per i quali il tasso di crescita o di cambiamento non è costante: da ciò deriva la loro non predicibilità. Il meteo e la crescita della popolazione sono esempi di sistemi non lineari, entrambi frattali. In questi sistemi, ogni stato è determinato dallo stato precedente (iterazione), ma un piccolo cambiamento nelle condizioni iniziali ha spesso un drastico effetto sull'evoluzione del sistema. Questa caratteristica è detta effetto farfalla, in quanto anche un battito di ali di una farfalla, per quanto impercettibile, potrebbe da solo cambiare il destino dell'intero universo. Uno dei pionieri della teoria del caos è Edward Lorenz, del Massachusetts Institute of Technology (MIT), attivo dagli anni '60, anche se Jules Henri Poincaré parlava di effetto farfalla già dal 1830. **Bisogna sottolineare che i frattali ed il caos deterministico sono due strumenti matematici per modellizzare differenti fenomeni o oggetti.** Le parole chiave quando si parla di caos sono non-linearità, non-predicibilità, sensibilità alle condizioni iniziali, contrariamente all'insieme deterministico di equazioni che possono descrivere il fenomeno. Per i frattali le parole chiave sono invece auto-somiglianza, invarianza di scala. Alcuni frattali non sono assolutamente caotici: pensiamo al triangolo di Sierpinsky, alla curva di Von Koch. I due domini hanno però alcune cose in comune: alcuni fenomeni caotici hanno struttura frattale, come ad esempio negli attrattori strani, oppure hanno biforcazioni successive, come nel caso dell'equazione logistica.

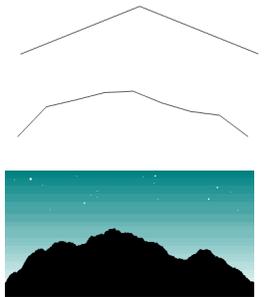
## Sistemi di Lindenmayer e loro applicazione nei paesaggi frattali.

Gli L-systems, o sistemi di Lindenmayer, non furono inventati per creare frattali, ma per modellizzare la crescita cellulare e le relative interazioni tra cellule. Un L-sistema è una grammatica formale per trasformare, tramite iterazione, una stringa iniziale di caratteri in un'altra stringa. La trasformazione è basata su regole che specificano come i caratteri o le sottostringhe vengono sostituite. Il risultato è una stringa creata con struttura frattale. Questo breve codice disegna la curva del drago che illustra ogni capitolo del libro "Jurassic Park" di Micheal Crichton:



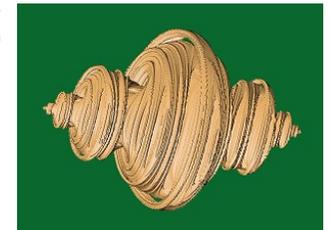
```
Dragon ; Nome dell' L-sistema
{ ; Inizio del programma
Angle 8 ; Specifica l'incremento angolare a passi di 45 gradi (360/8)
Axiom FX ; Stringa di caratteri di partenza
F= ; Prima regola: Cancella 'F'
y=+FX--FY+ ; Cambia 'y' in "+fx--fy+"
x=-FX++FY- ; Idem come sopra per 'x'
} ; Fine del programma
```

Prusinkiewicz fu il pioniere dell'applicazione degli L-sistemi per modellizzare la logica strutturale delle piante e la loro diramazione. La prima applicazione artistica di questi studi fu quella di disegnare paesaggi con il computer: I primi "fractal-landscapes" furono utilizzati in Star Trek II. Il sistema è intuitivo: se viaggiamo all'interno di un territorio scopriremo maggiori dettagli se ci avviciniamo, ad esempio, al terreno. L'algoritmo base è chiamato "midpoint-displacement", e può essere utilizzato per creare montagne che si stagliano su un orizzonte distante. Si parte con un singolo segmento orizzontale, ripetuto per un numero sufficiente di volte. Si trova il punto mediano di questi segmenti e si assegna a questo punto un'altezza (asse verticale) casuale, riducendo via via l'intervallo nel quale si scelgono i numeri casuali, dipendentemente da quanto desideriamo sconnesse le cime delle montagne. Applicando questo metodo in maniera ricorsiva, si ottiene un modello sintetico per il terreno. Applicando anche la funzione che descrive il moto Browniano (nient'altro che una somma di onde seno con fase casuale e con ampiezza proporzionale a  $1/f^b$  con  $1 < b < 3$ , dove  $f$  è la frequenza) si può ottenere un terreno montagnoso più realistico, ma pur sempre omogeneo, isotropo. Modelli più dettagliati incorporano equazioni che generano caratteristiche di disomogeneità, come vallate con pendii più dolci rispetto ai picchi, corrispondenti a multifrattali, ovvero più frattali differenti applicati allo stesso sistema.



**Quaternioni.** I quaternioni (Hamilton, 1847) hanno quattro componenti, una reale e tre immaginarie, e sono del tipo:  $a+ib+jc+kd$ . Per questi numeri la moltiplicazione non è commutativa. Soddifano le seguenti regole:

$$\begin{aligned} i^2 &= j^2 = k^2 = -1 \\ i * j &= -j * i = k \\ j * k &= -k * j = i \\ k * i &= -i * k = j \end{aligned}$$



Quando sono utilizzati per scrivere formule frattali, le figure ottenute si inseriscono in uno spazio quadridimensionale: le tre dimensioni ed il tempo, descritti tramite quaternioni. Tenendo costante uno dei termini, quindi il tempo, è possibile ottenere la disposizione nelle tre dimensioni in un preciso istante, e farne una proiezione bidimensionale per ottenere un'immagine. Il primo a

calcolare frattali quaternionici fu Alan Norton nel 1982, anche in collaborazione con lo stesso Mandelbrot. Le immagini dei frattali quaternionici sono immagini della superficie tridimensionale di un insieme di Julia visto dal di fuori. Si utilizza però un basso numero di iterazioni per evitare i dettagli troppo complessi della struttura, che fanno sì che la superficie sia confusa. Assomigliano molto ad alcune moderne sculture astratte.

**Z-buffer.** Il principale problema degli oggetti 3D realizzati al computer è che devono essere visualizzati su una superficie 2D, sia essa lo schermo, un file immagine o una stampa. Lo Z-buffer è una parte di memoria, in genere una matrice con le stesse dimensioni dell'immagine che si vuole ottenere, nella quale sono sistemati sottoforma di valori numerici le **informazioni sulla posizione in profondità di ogni punto dell'oggetto**. Questa informazione viene interpolata per determinare quali parti degli oggetti devono essere visibili nell'immagine finale, e quali invece sono coperti da quelli visibili.

**Antialiasing nelle immagini digitali.** L'aliasing è un altro problema che affligge le immagini digitali, che è intimamente connesso con il processo di digitalizzazione stesso, essendo un prodotto del campionamento discreto utilizzato dal computer. A causa della risoluzione finita dello schermo del computer, un singolo pixel ha una propria dimensione, mentre in matematica un punto è infinitamente piccolo, non ha dimensione. Per questo, un singolo pixel sullo schermo copre un numero infinito di punti matematici, ognuno dei quali ha una diversa rappresentazione visiva corretta. Poiché i frattali possiedono un infinito ammontare di piccoli dettagli al loro interno, la loro immagine possiede un infinito numero di frequenze nello spettro. Ogni pixel è un campione del frattale: non potremmo mai campionare con sufficiente frequenza fino a rivelare l'esatta natura del frattale. L'aliasing quindi è una falsa rappresentazione dei punti matematici che un pixel ricopre, proprio perché con un solo punto luminoso dobbiamo riuscire a rappresentare infiniti piccoli punti, ed il pixel non ha dimensioni paragonabili a questi punti, che in effetti sono infinitesimi. L'aliasing nelle immagini digitali è responsabile dell'aspetto spigoloso dei bordi tra i differenti colori, della mancanza di risoluzione focale nei punti più complessi dell'immagine, e del fenomeno di disturbo moirè nelle parti delle immagini che hanno strutture periodiche ravvicinate. Esistono alcuni trucchi per ridurre l'aliasing: ad esempio realizzare una copia dell'immagine a più alta risoluzione, facendo poi una media pesata dei punti adiacenti per assegnare al pixel un valore HSB (hue, saturation, brightness) percettivamente coerente. Il risultato è che i bordi e gli artefatti sfumano, come è evidente dal confronto delle immagini precedenti, ma l'intera immagine risulta sfocata. Si applica quindi subito dopo un filtro che acuisce le differenze ed il contrasto tra pixel (sharpening).



**Conversione tra i mondi analogico e digitale.** Una breve digressione va al passaggio tra i domini analogico e digitale. Noi viviamo in un mondo analogico, con spazio e tempo continui. Quando guardiamo un oggetto, il nostro occhio lo percepisce in tempo-continuo, non come un filmato registrato su cassetta, che sappiamo viaggiare a 25 fotogrammi al secondo. Perché il filmato viaggia a quella frequenza? Perché a causa della capacità finita di un nastro per videocassetta, e alla limitata velocità di trasferimento dati tra obiettivo e supporto di memoria, è un giusto mezzo tra prestazioni e possibilità tecniche, e percettivamente ci dà l'impressione del movimento. Anche una immagine digitalizzata ha lo stesso problema: una risoluzione limitata per via del necessario trade-off tra dimensioni e qualità. Quando andiamo ad ingrandirla, scopriamo che è fatta di pixel. Quando invece utilizziamo una lente per ingrandire un oggetto reale, non vediamo pixel, ma nuovi dettagli visibili. Quando suoniamo uno strumento musicale, creiamo

frequenze continue che danno allo strumento quel suono corposo che ci fa capire che lo stiamo ascoltando dal vivo. Quando lo ascoltiamo registrato su un supporto digitale, come il cd, notiamo la mancanza di profondità, dovuta al fatto che per registrarlo si è dovuto cambiare dominio, passando al digitale, con relativa perdita di informazione. A causa delle non-infinite capacità di calcolo dei manufatti costruiti dall'uomo, nella fattispecie i computer, dobbiamo accontentarci di surrogati della realtà, che ci danno l'impressione di riprodurre le nostre percezioni, ma in realtà sono solo delle approssimazioni delle stesse. Ci sono delle leggi (il teorema del campionamento, che definisce l'intervallo di Nyquist, la teoria dell'informazione, gli algoritmi di compressione e codifica) e delle intuizioni anche abbastanza sottili (la ridondanza, i protocolli, la rete) a regolare il funzionamento di questa grande opera del genere umano, che ancora una volta è riuscito a piegare l'astrazione della matematica a suo favore. Al di là dei vantaggi più strettamente tecnici (come per esempio il fatto che realizzare certe cose in digitale è più facile - o addirittura possibile - e più conveniente che costruirle in analogico), la principale caratteristica è la portabilità, la riproducibilità senza confini spazio-temporali. Nel dominio digitale, un filmato, una canzone, un testo possono essere duplicati, inviati all'altro capo del mondo, non perdono di qualità al passare del tempo. In analogico una musicassetta, un vinile, una pellicola, si deteriorano con il tempo, non possono essere duplicati a meno che non si abbiano appositi macchinari, non possono essere ubiqui nello spazio e simultanei nel tempo. Il computer è il principale prodotto del mondo digitale: abbiamo visto che nel caso dei frattali il disegnarli in analogico risulta un compito ingrato ed impossibile, mentre in digitale è detto e fatto. Non possiamo dimenticarci che questo strumento può essere utilizzato a vantaggio del genere umano, ed al servizio di idee e progetti. È la creatività infatti l'unica cosa che distingue l'uomo dal resto degli organismi, più o meno complessi, che popolano il nostro universo.

**Sistemi statici e dinamici.** Le strutture statiche, almeno in principio invarianti allo scorrere del tempo, sono sostenute da grandi forze interagenti tra gli elementi costitutivi. Queste strutture restano abbastanza indifferenti a piccole perturbazioni dell'ambiente, mentre generalmente reagiscono a quelli più grandi collassando completamente. Le strutture dinamiche invece hanno una interazione permanente con l'ambiente nel quale sono inserite: il fumo e le fiamme sono due famosi esempi nell'ambito inorganico. Queste strutture non devono essere considerate come immutabili, ma in evoluzione continua. Questi flussi possono essere sottoposti a repentine transizioni verso una nuova disposizione, ma non collassano: si stabilizzano col passare del tempo e si auto-mantengono seguendo leggi semplici.

L'equilibrio tra la simmetria e la sua rottura pone interessanti domande non solo nelle scienze naturali ma anche in estetica. Una severa simmetria può risultare noiosa, e la Natura ha dentro di sé anche questa caratteristica: la varietà nell'ordine. L'artista semplifica ed astrae. Del resto anche la bellezza delle forme geometriche frattali arrivò come una totale sorpresa, quasi un premio, come affermò lo stesso Mandelbrot, ad ulteriore riprova della dicotomia tra leggi semplici e strutture risultanti complicate.

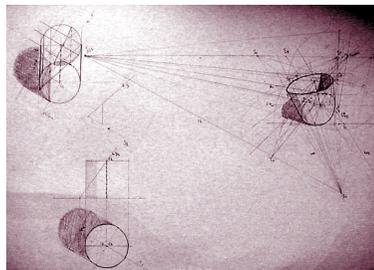
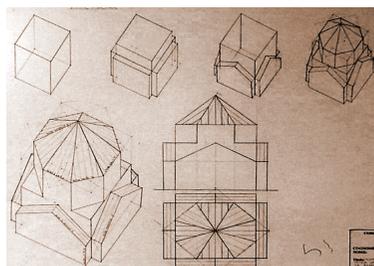
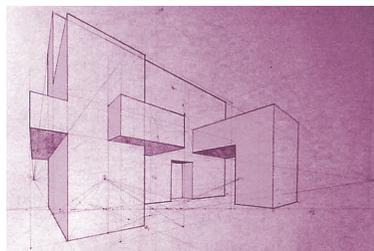
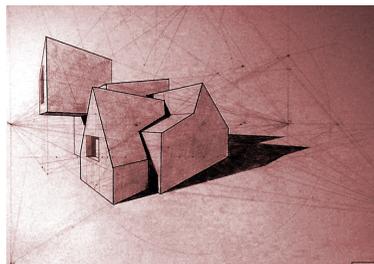
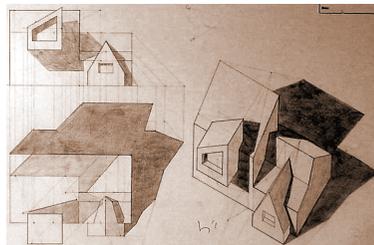
**Maurits Cornelis Escher.** "Three intersecting planes" gioca sull'abilità della mente di distinguere o figurarsi la tridimensionalità da una rappresentazione bidimensionale. Mi chiedevo se era possibile utilizzare questa capacità di astrazione della mente umana per creare rappresentazioni di oggetti quadridimensionali. Un oggetto quadridimensionale potrebbe essere visualizzato come un solido che evolva nel tempo, oppure utilizzando un solido che rappresenti le quattro dimensioni come avviene per le figure (proiezioni sul piano - foglio di carta) create per riprodurre i solidi.

## Una parentesi sulla Geometria Descrittiva

L'ambiente in cui viviamo, sia naturale che artificiale, è costituito da elementi e forme fisiche che hanno consistenza bidimensionale e/o tridimensionale, e che possono essere ricondotte a forme geometriche elementari, sia solide che piane. Per fare questo è necessario scomporre ogni elemento negli enti fondamentali: punto, retta e piano. Le forme geometriche fondamentali, infatti, si compongono ed articolano nello spazio in modo vario e diverso dando vita ad elementi più o meno complessi. Riveste perciò particolare importanza acquisire la capacità di leggere ed analizzare gli elementi che ci circondano: **punto, linea e superficie costituiscono, in sintesi, gli elementi di base di tutte le forme geometriche che definiscono l'ambiente in cui viviamo.** Se ci estendiamo alla quarta dimensione, possiamo aggiungere la grandezza tempo, per poi associare ad ogni punto in movimento nello spazio una retta orientata (quello che in fisica è chiamato **vettore**). Poiché i solidi possono essere considerati sottinsiemi dello spazio a tre dimensioni, è possibile anche applicare le operazioni dell'insiemistica (che si definiscono booleane dal nome del matematico inglese George Boole, 1815-1864) alle forme geometriche. **La matematica ha quindi un ruolo importante anche nel disegno, anche se applicata quasi inconsciamente nella forma di percezione del mondo esterno.**

Il processo che ci porta a concretizzare un'idea è la modellazione, che si serve di strumenti e metodi per comunicare il progetto a terzi (purtroppo nessuno può leggere nel pensiero...). È certamente una strategia creativa, ma anche conoscitiva. L'importanza di questi strumenti e metodi è tale che Tomás Maldonado afferma: "E' questa esigenza di comunicare il progetto, di soddisfare il desiderio della committenza di vedere in anticipo, che è all'origine della professione di architetto. Insomma: **l'architetto nasce come visualizzatore...**". Con i progressi della tecnica, il computer è diventato insieme strumento e metodo di rappresentazione. Il termine virtuale però non può essere limitato, come spesso avviene oggi, a ciò che viene prodotto con il computer. **Come se virtuale non fosse un termine applicabile a tutto il progettare, non importa se con tecniche tradizionali o informatizzate, o all'ideare: il progetto è indissolubilmente legato alla non pre-esistenza dell'oggetto progettato.** E comunque esistono anche altre tecniche che rappresentano in maniera virtuale (ovvero, verosimile) la realtà: la televisione, il cinema, il disegno pittorico. **Ormai virtuale tende a sostituirsi al termine digitale che invece rappresenterebbe in maniera più fedele il senso sopra descritto.**

Per soddisfare all'esigenza di visualizzare il progetto, in passato si utilizzava la **maquette (plastico)**, che tutt'ora è l'unica tecnica in grado di produrre una rappresentazione 3D di una realtà 3D. La costruzione di modelli concreti ha goduto di vasta popolarità e fortuna a partire dal Rinascimento, dimostrandosi la più adatta a soddisfare le esigenze di committenti non



sempre in grado di interpretare e quindi comprendere altre forme di rappresentazione. Nel corso del XIV e XV secolo cambiarono tempi e aspettative della committenza, che in precedenza operava con tempi molto lunghi, quasi al di là delle aspettative di vita individuale. Nel Rinascimento i tempi di realizzazione delle opere si accorciarono ulteriormente e, di pari passo, crebbe il desiderio di prevedere l'opera commissionata. In effetti, **i modelli si rivelarono come il metodo più appropriato anche per la descrizione della componente tecnologica degli oggetti progettati e per la verifica di comportamenti statici**, da quelli lignei per **Santa Maria del Fiore a Firenze** in poi, quando, oltre al famoso modello per la **cupola del Brunelleschi**, vennero ordinati anche un modello per l'attiguo campanile (1353) ed uno per la soluzione di problemi legati a cappelle perimetrali e finestre (1355). Acquistarono vasta diffusione anche i modelli in muratura, il più significativo dei quali è probabilmente quello elaborato da Antonio di Vincenzo per la chiesa di San Petronio a Bologna del 1390. Il plastico d'architettura ha poi la inevitabile caratteristica di essere un **modello di scala** (apro una parentesi sull'invarianza di scala dei frattali: differentemente dall'astrazione operata dalla matematica, nella realtà la Natura assegna un limite all'iterazione, che spesso corrisponde ad un limite fisico-funzionale) a causa delle dimensioni della realtà che è chiamato a rappresentare, e questa è una peculiarità non sempre riscontrabile nell'ambito del Disegno Industriale, dove spesso è possibile costruire un modello in scala 1:1, comunemente chiamato **prototipo**, in grado di rappresentare anche diversi livelli di funzionalità. A proposito dei modelli in scala, nota bene Rudolf Arnheim che "... geometricamente, un oggetto molto grande ha rispetto alla sua superficie più volume di quanto ne abbia uno piccolo; più precisamente la superficie aumenta in ragione del quadrato della dimensione lineare, mentre il volume aumenta in ragione del suo cubo. **Nello spazio senza peso dei matematici una simile trasposizione non fa alcuna differenza, ma quando essa si verifica nel mondo fisico, sotto l'influsso di una costante attrazione gravitazionale, conta parecchio.** Nella misura in cui un aumento di volume significa un aumento di peso, il rapporto fra peso e forma risulta alterato col mutare delle dimensioni...". Il presente della valutazione di funzionamento è in alcuni casi affidato a **prototipi digitali**, i quali potrebbero anche essere considerati superiori alle loro controparti fisiche, e per questo dovrebbero essere utilizzati come parte integrante, piuttosto che come conseguenza, del processo di progettazione. In altre parole, con gli strumenti di prototipazione digitale è possibile testare e identificare i problemi durante il ciclo di elaborazione concettuale invece che alla sua conclusione, effettuare test e analisi del tipo "che cosa accadrebbe se..." e analizzare il comportamento in modo impensabile con i metodi tradizionali, abbattendo così costi aggiuntivi dovuti ad errori nella progettazione.

Per visualizzare semplicemente un oggetto, oltre al prototipo digitale si può utilizzare la più classica rappresentazione geometrica, tecnica tramite la quale ci si appropria di uno spazio tridimensionale per rappresentarlo su un supporto bidimensionale. Nella rappresentazione geometrica, il rapporto fra spazio 3D e sua rappresentazione 2D è codificato attraverso delle regole messe a punto nel corso dei secoli e che, nel loro insieme, formano il corpus della **Scienza della Rappresentazione**. Un contributo fondamentale allo sviluppo di questa scienza è stato quello fornito proprio dalla **Geometria Descrittiva**, che costituisce, con il **Disegno** e con il **Rilievo**, la base teorica irrinunciabile per poter comprendere i processi legati alla Rappresentazione. Tutti i disegni del progettista sono modelli, come modelli sono le elaborazioni informatiche dell'idea progettuale. A prima vista, però, c'è una differenza profonda tra il modello informatico e quello grafico, poiché il primo appare in tre dimensioni, come se lo schermo del computer fosse una finestra aperta sullo spazio, dinamico; mentre il secondo appare inesorabilmente piano, statico, come una fotografia. E il primo è dinamico solo perché costituito da un numero inesauribile di viste piane in rapida sequenza, mentre il secondo utilizza due sole viste, disgiunte o sovrapposte. Ma entrambi nascono dall'applicazione all'idea progettuale dell'operazione di proiezione e sezione. Ecco sottolineata la centralità del modello tridimensionale digitale, cui accedere in continuo

per ottenere automaticamente delle rappresentazioni piane, ma anche e soprattutto per esplorarlo, per studiarlo, appunto per progettarlo.

Il modello digitale però non esiste nella realtà, e si rendono necessarie tecniche di **parsing** (rappresentazione) che consistono in operazioni matematiche applicate all'oggetto al fine di produrne un'immagine plausibile utile per presentazioni. Un parsing semplice, come se ne facevano agli albori, utilizza uno **z-buffer** (dove z indica la coordinata della profondità) per sistemare in una matrice (con dimensione pari al numero di punti dell'immagine che vogliamo ottenere) le informazioni sui poligoni antistanti agli altri (e quindi visibili), altrimenti produce un'immagine in **wireframe** (ovvero evidenziando solo i contorni o i poligoni costituenti l'oggetto), oppure colora l'oggetto in tinta unita, senza spessori, senza ombre. Un po' come i primi videogiochi poligonali. **Rendering** è invece una parola piena di fascino e di mistificazioni. A differenza di quanto molti sembrano credere, non è per nulla una parola nuova, figlia della computer graphics, anzi. Molti definiscono rendering l'algoritmo usato dal computer per rendere più realistica la rappresentazione 2D di un modello digitale. Rendering è con tutta evidenza un termine anglosassone che sui dizionari (almeno su quelli un po' datati) si trova nel significato di traduzione, nel senso di ritrarre e di descrivere. Ovvero, rendere l'idea per mezzo di un'adeguata rappresentazione. In italiano, potrebbe quindi essere usato il verbo rendere o la parola resa, intendendo la resa finale di un lavoro o la finitura di una superficie. Il rendering è un mezzo con cui rendere un materiale usandone un altro, perché significa rappresentare **non solo le forme geometriche, ma anche la trama dei materiali (textures), la resa delle luci (reflection maps), le sfumature di colore (cell shading), le ombre (cast shadows), le rugosità (bump maps), i riflessi (ray-tracing) con l'obiettivo dichiarato di simulare la fotografia di un oggetto che ancora non esiste.** Al rendering finale si può anche applicare il già citato anti-aliasing, in modo da addolcire i bordi tra l'oggetto e il suo sfondo digitale, che in alcuni casi risultano frastagliati e quindi non realistici. Se pensiamo che questi processi, nati per applicazioni scientifiche, abbiano poi raggiunto il realismo di certi **effetti speciali** utilizzati nei film, capiamo come si possa trovare un'applicazione creativa a qualsiasi innovazione tecnica, che non va mai disprezzata o catalogata a priori come vietata per scopi artistici.

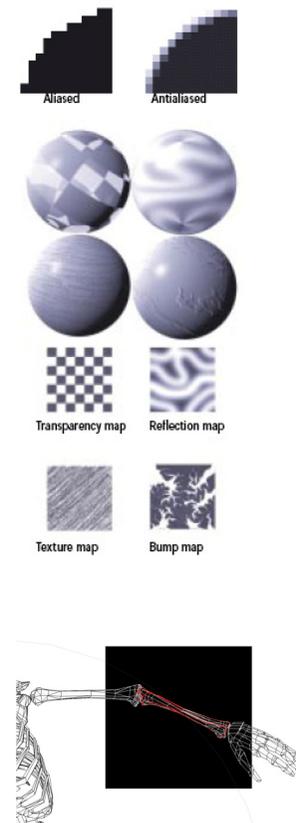
Esistono poi strumenti informatici chiamati paint, sketch, sketchbook e similia, che rimandano al disegno a mano libera tramite l'uso di una tavoletta grafica collegata al computer. La cosa è un po' diversa: questi strumenti non fanno che consentire di usare la stessa gestualità e metodologia normalmente usate con le tecniche tradizionali, sfruttando altresì alcuni innegabili pregevoli caratteristiche degli ambienti informatici. Si pensi, a solo titolo d'esempio, alla possibilità di organizzare il proprio disegno in diversi **layers** (vari componenti di un'immagine separati) o di sfruttare la memoria del computer per disfare operazioni già fatte, ma che non ci hanno soddisfatto (**undo**). Quella che tradizionalmente era una delle tante possibili tecniche di (rap)presentazione di un modello 3D presente nella mente del progettista, la maquette, si è trasformata oggi in un modello 3D numerico da cui discendono (prototipo fisico, prototipo virtuale, disegno tecnico e rendering) o a cui ascendono (disegno al tratto) tutte le altre tecniche. In questo modo il **computer diventa un importante complemento per la mente del progettista**, che non deve più compiere il passaggio 3D->2D (dall'idea spaziale alla sua rappresentazione su un piano) nella sua mente per poi esplicitarlo su un supporto 2D, ma deve compiere un ben più naturale passaggio 3D->3D (la costruzione del modello digitale come esplicazione della spazialità



concepita) demandando al computer la gestione del passaggio 3D->2D. Così facendo si può liberare di alcuni processi storicamente ritenuti poco gratificanti per farsi carico di un processo forse anche più complesso, che è quello di creare, ma che costituisce sicuramente un'esperienza più completa e appagante.

Rimane però il problema dell'assimilazione completa delle metodologie digitali, giacché le differenti fasi sono spesso ancora separate, causando una scissione che si contrappone in modo spiccato alla unitarietà e complementarietà del processo analogico (quello fatto a mano...) come si è affinato nel tempo. E ciò si riflette anche in tutto il percorso didattico ed educativo. La geometria descrittiva teorizzata da Gaspard Monge nel 1795, oggi sembra non servire più a nulla, perché se si vuole rappresentare un oggetto che si è immaginato, si può farlo prima ed assai meglio usando un computer e un buon programma di modellazione. Il problema del rinnovamento della didattica del disegno non è affatto banale!

E' fondamentale per un'educazione artistica far sì che lo studente ragioni nelle tre dimensioni, e non riferendosi al supporto bidimensionale che utilizza per raffigurare le sue idee: troverebbe in questo approccio il più semplice accesso al mondo della rappresentazione, imparando a ragionare direttamente nello spazio, ambiente reale nel quale viviamo. A scuola si dovrebbe cominciare dalla modellazione tridimensionale, dallo spazio, poiché il disegno bidimensionale ne è una conseguenza: può infatti essere generato automaticamente con pochi click. Il discente potrà poi familiarizzare con le sue rappresentazioni convenzionali attraverso il gioco delle viste informatiche. Il secondo punto sarà insegnare i concetti, non i comandi. Lo scopo di questo seminario sui frattali infatti non è stato quello di trasmettere nozioni pseudo-matematico-scientifiche, ma di instradare la mente verso il concetto di una visione unitaria che presenti scienza, filosofia, letteratura, arte e la realtà tutta come componenti ed espressioni di un solo organismo, che è l'uomo con la sua creatività, unica componente che ci differenzia dagli altri mammiferi, inserito nell'universo nel quale esiste. Si è cercato di pervenire a questi orizzonti, nel tentativo di ampliarli il più possibile, partendo dalla realtà che ci circonda quotidianamente, ed astraendo gradualmente i concetti. Ci si auspica dunque un tempo in cui il disegno tecnico sia affidato alle macchine, e l'espressione artistica resti all'uomo, finalmente libero dalle incombenze, a volte frustranti, del disegno esecutivo. Un po' come affermava Man Ray: **fotografo quel che non ho voglia di disegnare, disegno quel che non posso fotografare.**



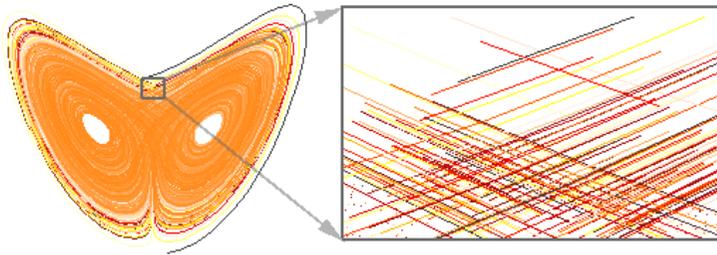
### Attrattore di Lorenz

È uno dei più famosi attrattori strani, scoperto da Lorenz mentre studiava un modello per i cambiamenti climatici. Le tre formule che possono approssimare il clima sono:

$$\begin{aligned} dx/dt &= -ax + ay \\ dy/dt &= bx - y -xz \\ dz/dt &= -cz + xy \end{aligned}$$

I valori classici per  $a$ ,  $b$ , e  $c$  sono 5, 15, ed 1 rispettivamente.

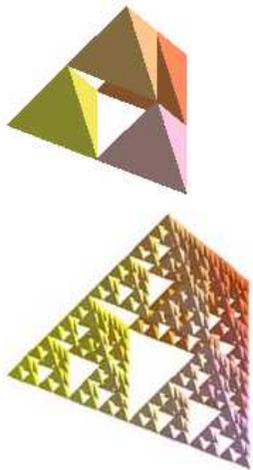
L'attrattore tridimensionale generato da questi tre valori è illustrato in figura. Anche se non sembra, questa figura è frattale poiché il suo ingrandimento non fa decrescere la quantità di dettagli.



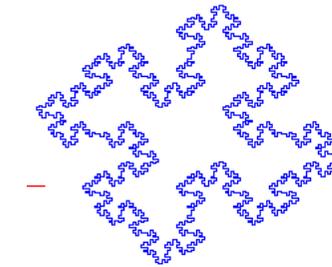
### Piramide di Sierpinski

La piramide di Sierpinski è una versione tridimensionale di un gruppo frattale. È formata tagliando ripetutamente pezzi da una piramide. Si parte suddividendo una piramide (un tetraedro per l'esattezza) in otto piramidi uguali. Si eliminano poi tutte le sottopiramidi escludendo quelle ai vertici, iterando il processo all'infinito.

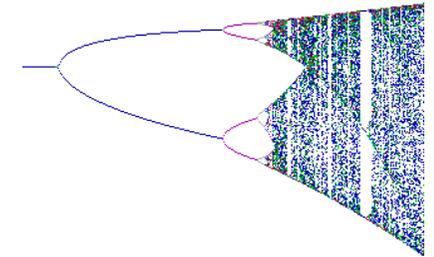
La dimensione frattale può essere calcolata con il metodo della somiglianza. Ci sono 4 piramidi identiche, ognuna delle quali andrebbe ingrandita due volte per ottenere l'intera figura: la dimensione è allora  $\log_4/\log_2$ , ovvero 2. Dopo un numero infinito di iterazioni, il frattale diventa una rete infinita di linee con dimensione topologica pari ad 1. Anche se le dimensioni sono intere, la dimensione frattale risulta maggiore di quella topologica, quindi la piramide di Sierpinski è da considerarsi un frattale. L'area superficiale è invece nulla, poiché nulla è l'area di ogni faccia della piramide, essendo essa un triangolo di Sierpinski formato da un'infinita rete di linee, che tuttavia non contribuiscono all'area non avendo spessore. Il volume della piramide decresce ad ogni iterazione di  $1/8$ , tendendo così a zero dopo infinite iterazioni.



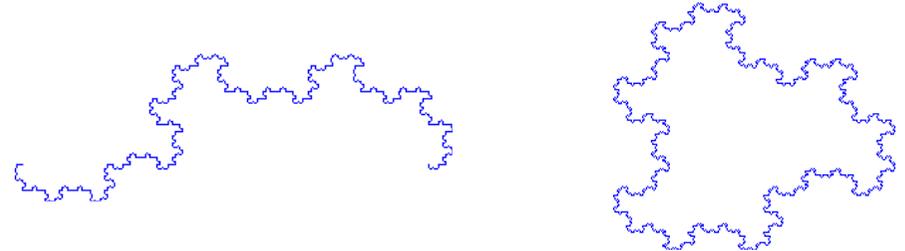
### Isola di Koch



### Frattale di Feigenbaum

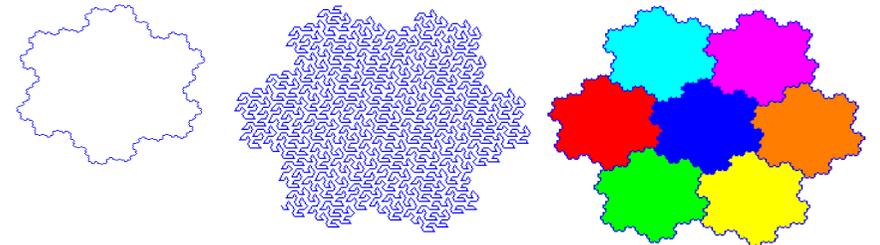


### Fudgeflake



Dimensione frattale: 2 segmenti identici, ognuno dei quali è lungo  $1/\sqrt{3}$ . La dimensione è  $\log(2)/\log(\sqrt{3})$ , che vale circa 1.26. Lunghezza: ad ogni iterazione, la lunghezza diventa  $2/\sqrt{3}$  volte maggiore. Come tutte le curve frattali, dopo infinite iterazioni la lunghezza diventa infinita. Area: alla prima iterazione la figura è un esagono regolare con area 2, se l'area del triangolo che lo origina è unitaria. Ad ogni iterazione si aggiungono lo stesso numero di estroflessioni verso l'interno e verso l'esterno, quindi l'area rimane invariata.

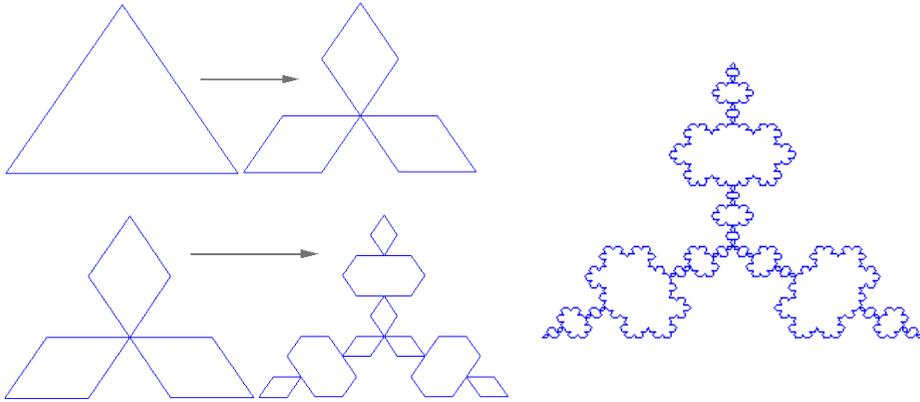
### Gosper Island



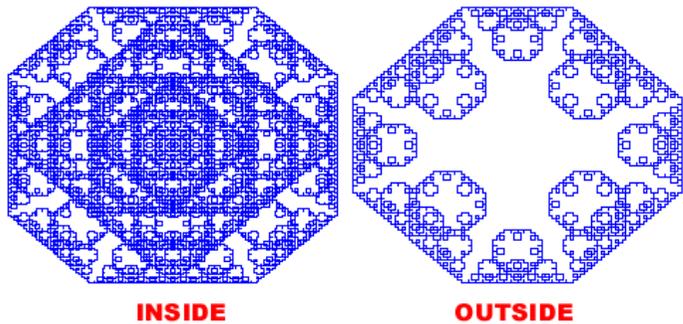
Dimensione frattale: il motivo è composto da 3 identici segmenti, ognuno dei quali è lungo  $1/\sqrt{7}$ . La dimensione frattale è quindi  $\log 3 / \log (\sqrt{7})$ , approssimativamente 1.129. Per lunghezza ed area valgono le stesse considerazioni fatte per il fudge-flake. Tassellazione irregolare del piano.

**Koch Antisnowflake**

Si differenzia dal fiocco di neve poiché l'estroffessione all'esterno del triangolo è sostituita da un'introffessione.

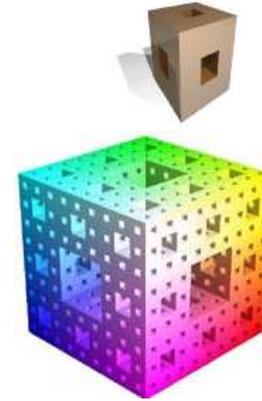


Dimensione frattale: l'anti-fiocco di neve contiene 4 segmenti identici, ognuno lungo 1/3. La dimensione sarà  $\log 4 / \log 3$ , ovvero 1.26. La lunghezza è infinita. Per il calcolo dell'area consideriamo i triangoli che andiamo a sottrarre: nella prima iterazione eliminiamo 1/3 della superficie, per tutte le seguenti un totale di 2/9. L'area sarà quindi 4/9.



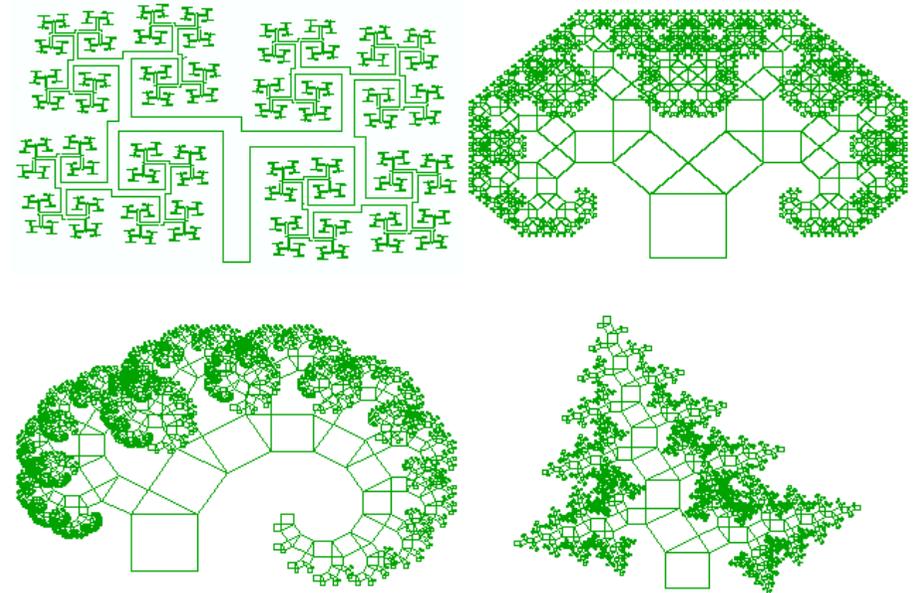
stessa grandezza del segmento base. La dimensione è quindi  $\log 2 / \log(\text{sqr}(2))$ , ovvero 2. Ciò significa che entrambe le costruzioni sono curve di Peano. Ad ogni iterazione il frattale diventa  $\text{sqr}(2)$  volte più lungo. Con infinite iterazioni anche la lunghezza sarà infinita.

**Spugna di Megner**



La spugna di Megner utilizza un cubo come base. Si divide il cubo in 27 cubi più piccolo e si taglia il cubo centrale ed i cubi al centro di ogni lato. Si continua per ognuno dei 20 cubi e così via, rimanenti iterando il processo. Rimanendo con 20 cubi identici, ognuno dei quali ha 1/3 del volume del cubo originale, la dimensione frattale è  $20 / \log 3$ , approssimativamente 2.73. La lunghezza è infinita. La superficie è nulla, poiché ognuna delle facce è un tappeto di Sierpinski, che ha area nulla. Ogni iterazione poi toglie 7/27 del volume dell'intera figura. Con infinite iterazioni, il volume tende a zero.

**Alberi frattali**



**Arazzo di Levy**

È costruito alla stessa maniera della curva di Levy, ma invece di una linea, si usa come base un quadrato. Può essere realizzato costruendo verso l'esterno o verso l'interno.

Dimensione frattale: ci sono 2 segmenti identici nel motivo, ognuno dei quali è ingrandito  $\text{sqr}(2)$  volte prima di diventare della

## Attrattori

Gli attrattori strani sono il terzo tipo di formule frattali, oltre agli insiemi di Julia e di Mandelbrot. Creare un attrattore strano è facile: si parte da un punto d'origine nel piano o nello spazio, calcolando poi i punti successivi inserendo le coordinate del punto di partenza nella formula scelta. Le formule possono essere espresse in tre modi:

1. Formula per il piano complesso:

new  $z = f(z)$  dove  $z$  è il numero complesso dell'attuale punto in cui ci troviamo,  $f$  è la funzione scelta

2. Formula per il piano cartesiano:

new  $x = f(x, y)$

new  $y = g(x, y)$

3. Formula per attrattori strani tridimensionali:

new  $x = f(x, y, z)$

new  $y = g(x, y, z)$

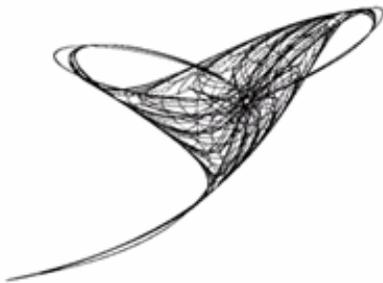
new  $z = h(x, y, z)$



Quello in figura è un esempio di attrattore quadratico, per il quale la somma delle potenze per ogni termine non è mai maggiore di 2. Sono gli attrattori strani più comuni, ed hanno formula generale:

new  $x = ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f$

new  $y = gx^2 + hxy + iy^2 + jx + ky + l$



I coefficienti da  $a$  ad  $l$  sono costanti che determinano la forma. Alcuni possono anche essere nulli, ma non tutte le combinazioni creano frattali. I più famosi attrattori strani sono stati scoperti mentre si studiavano fenomeni naturali, non matematici, in campi come la popolazione, il clima e le reazioni chimiche.

## Test di Rorschach

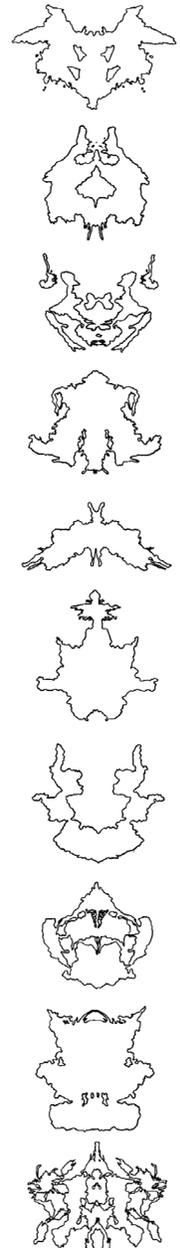
Hermann Rorschach, psichiatra svizzero, nacque nel 1884 a Zurigo. Suo padre fu un pittore ed Hermann intraprese la stessa carriera prima di dedicarsi alla psichiatria. Nel 1911 cominciò la sperimentazione con le famose macchie, anche se non fu il primo a pensarci: suoi famosi precursori furono Leonardo da Vinci e Justinus Kerner. Il famoso psichiatra svizzero Eugen Bleuler gli impartì una formazione pre-gestaltica e lo introdusse alla psicologia associazionistica. Morì poco più che trentenne. Se Rorschach fosse vissuto più a lungo, sicuramente avrebbe sviluppato le proprie teorie in linea con la fenomenologia e la psicologia della Gestalt.

L'associazionismo, le cui tradizioni partono da Aristotele, supporta la tesi che l'intera vita psichica consista di elementi mentali, essenzialmente disordinati alla nascita, che assumono una struttura in seguito alle esperienze di vita. Non consente quindi una innata organizzazione delle percezioni (come riesce il neonato ad afferrare gli oggetti? Si riesce a descrivere esattamente questo movimento a parole? Oppure è un fatto istintivo?), ma afferma l'importanza nei meccanismi percettivi delle sensazioni passate. I grandi filosofi empiricisti del diciassettesimo e diciottesimo secolo, Locke, Berkeley, Hume, sostenevano la tesi che le esperienze visive potessero associarsi tramite l'apprendimento anche a sensazioni fisiche. L'esempio più famoso è quello di Berkeley: non possiamo vedere uno spazio tridimensionale direttamente perché la retina riceve solo una immagine bidimensionale; abbiamo quindi una concezione dello spazio solo grazie ad associazioni create da precedenti esperienze e da percezioni sensoriali, derivate dagli occhi. Ecco anche perché percepiamo come tridimensionali alcuni tipi di rappresentazioni, alle quali si ricorre spesso nell'arte.

Alla base del test, oltre all'associazionismo, è posta anche la percezione fisionomica. Rorschach notò che molti soggetti sembrano scorgere movimenti umanoidi o attitudini motorie in oggetti, come alberi, costruzioni, o in disposizioni di forme (fatto spesso utilizzato nell'arte). Questo animismo percettivo è evidente anche quando riscontriamo delle espressioni ad esempio in una formazione rocciosa o in un ortaggio. Una spiegazione di questo fenomeno, utile ma riduttiva, è quella biologica: ai fini della sopravvivenza è importante che la soglia di percezione di altre creature viventi sia molto bassa, in modo che eventuali aggressori possano essere riconosciuti in tempo. In questa prospettiva, l'organismo aumenta la sensibilità ai movimenti nelle zone periferiche della retina. Il prezzo da pagare è un certo numero di percezioni errate, come ad esempio accade quando siamo soprappensiero e scorgiamo con la coda dell'occhio una figura fisionomicamente minacciosa. Lo psicopatologo Klaus Conrad descrive come le fasi iniziali di stati confusionali siano spesso caratterizzate dalla perdita della percezione ordinaria degli oggetti, con l'intrusione di sempre maggiore materiale fisionomico.

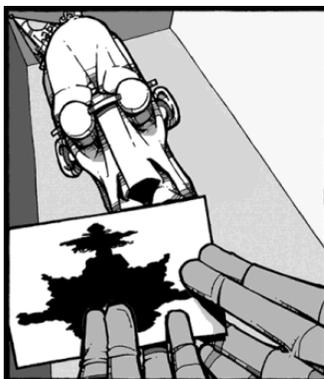
Durante il test è richiesto al soggetto di interpretare dieci macchie di inchiostro simmetriche. Le istruzioni sono appositamente vaghe, in modo da stimolare associazioni per la forma, le ombreggiature, i colori o i riempimenti. Si può rispondere al riguardo di ogni tavola riferendosi alla sua interezza, a grandi porzioni oppure a piccoli dettagli; i soggetti possono utilizzare gli spazi bianchi intorno o all'interno della macchia, e sono liberi di ruotare le tavole o anche di guardarle da dietro.

Cinque tavole sono di inchiostro nero, due rosso e nero, le rimanenti tre colorate, tutte a fondo bianco. Rorschach ritiene che s'innesci un processo di percezione distinto in tre momenti: sensazione, ricordo e associazione. In altre parole, le sensazioni suscitate dalle macchie provocano il risveglio di vecchi insiemi di sensazioni sotto forma di immagini ricordo. Il soggetto opera un controllo ed una scelta nel caos delle macchie, mettendo ordine e provocando un atto creatore da quello stato di disforia. Trattandosi di un test proiettivo, infatti, il modo nel quale ogni singolo soggetto organizza o "struttura"





Hermann Rorschach.



le macchie d'inchiostro nel processo percettivo riflette gli aspetti fondamentali della sua dinamica psicologica. Le macchie d'inchiostro si prestano a funzionare da stimolo perché sono relativamente ambigue o scarsamente strutturate; non sollecitano, cioè, risposte apprese attraverso l'esperienza ma permettono una grande varietà di possibili risposte.

Mentre le risposte di movimento vengono considerate indici di immaginazione e di creatività, quelle di forma esprimono il grado di abilità del soggetto a tener conto della realtà. Le risposte di colore sono interpretate come indici di reazioni emotive agli stimoli esterni: la saturazione e la luminosità hanno la stessa importanza della tinta nella modulazione della percezione. I colori interagiscono anche con quelli adiacenti, e con altri fattori contestuali, nella produzione delle emozioni. Ad esempio Lichtenstein (1969) riscontrò un forte effetto derivato dalla visione di stimoli rossi e neri. Ci sono comunque molte teorie, ma poca conoscenza scientifica, riguardo la maniera nella quale in colori influenzano o riflettono la nostra vita emotiva.

Il test debuttò nel 1921, raggiungendo grande diffusione attorno al 1945. In ricerche sull'interpretazione di forme accidentali (1951) le macchie di Rorschach furono utilizzate anche per studiare l'immaginazione tramite riflessi, allucinazioni, intelligenza e personalità. Ma la maggiore obiezione alla validità della prova è che il risultato del test non mostra solo le proiezioni del paziente, ma anche quelle dello psicologo riguardo le proiezioni del paziente. Negli anni '50 e '60 il test ha subito severe critiche, fino alla standardizzazione negli anni 1970, curata da John E. Exner, Jr., dell'università di Long Island, che introdusse il sistema comprensivo, set di istruzioni dettagliate con norme suddivise per bambini ed adulti.

Come Freud ha suggerito, il contenuto di sogni e fantasie è indice delle necessità e dei conflitti del nostro subconscio, non essendo generato da stimoli esterni. Affermazione che ha cambiato un po' la storia del Novecento, e con essa l'arte: stimoli strutturati hanno sostituito molte forme figurative, ed inferenze su necessità e conflitti nell'inconscio sono diventati temi cari ad interi movimenti pittorici. Le forme indeterminate simulavano e stimolavano il pensiero creativo. Anche Andy Warhol realizzò una serie di macchie negli anni settanta, spiegando poi: "Ho realizzato queste opere per cercare di leggerci dentro, ma sono arrivato alla conclusione che avrei dovuto pagare qualcuno per farlo al posto mio, pretendendo che fosse me".

Il test è stato invalidato nel 2004, poiché alcuni siti internet ne hanno svelato i segreti, diffondendo anche il set delle dieci macchie e l'intero protocollo di amministrazione. Tuttavia gruppi di professionisti continuano a somministrarlo nei paesi dove possiede ancora validità giuridica. La successiva divisione in due correnti di pensiero, europea ed americana, fortunatamente alimenta il dibattito sull'argomento, anche perché il campo della percezione visiva, nostro senso più sviluppato, contiene ancora troppe incognite.





## Bibliografia minima

### Libri

- B. Mandelbrot, *Les objets fractals* (Flammarion, Paris, 3rd ed., 1989)  
 H.O. Peitgen & P.H. Richter, *The beauty of Fractals* (Springer-Verlag, Berlin, 1986)  
 M. Barnsley, *Fractals everywhere* (Academic Press, New York, 1988)  
 L. Ferry, *Le sens du Beau* (Editions Cercle d'Art, 1998)  
 J. M. Schaeffer, *L'art de l'âge moderne* (Gallimard, Paris, 1992)  
 Y. Michaud, *La crise de l'Art contemporain* (Presses Universitaires de France, Paris, 1997)  
 R. Arnheim, *Arte e percezione visiva* (Feltrinelli, 1971)  
 V. Kandinskij, *Punto, Linea, Superficie* (Adelphi, 1968)  
 A. Marcolli, *Teoria del campo* (Sansoni, 1994)  
 S. Greenfield, *Inside the body* (The Science Photo Library, Octopus Publishing, 2004)  
 J. Itten, *Arte del colore* (Il Saggiatore, Milano 1982)  
 M. Brusatin, *Storia dei colori* (Einaudi, Torino 1983)  
 J. W. Goethe, *La teoria dei colori* (Il Saggiatore, Milano 1979)  
 L. Wittgenstein, *Osservazioni sui colori* (Einaudi, Torino 1982)  
 P. Prusinkiewicz & J. Hanan, *Lindenmayer Systems, Fractals, and Plants* (Springer-Verlag, New York, 1989)  
 P. Prusinkiewicz & A. Lindenmayer, *The Algorithmic Beauty of Plants* (Springer-Verlag, New York, 1990)  
 C. Kittel, *Introduzione alla fisica dello stato solido* (Boringhieri, 1982)

### Articoli

- M.F. Barnsley & A.D. Sloan, *A better way to compress images* (Byte, Gennaio 1988)  
 A.K. Dewdney, *Leaping into Lyapunov space* (Scientific American, Settembre 1991, pps.130-132)  
 N. Hays, *Wanted: Several lifetimes* (IEEE Computer Graphics and Applications, Maggio 1992, pps.8-9)  
 K. Whitehouse, *An artist in programmer's clothing* (IEEE Computer Graphics, Marzo 1995, pps.4-6)  
 A.A.V.V., *25 years of Numeric Art* (Numero Speciale di Création Numérique - Gennaio 1999)  
 J. F. & A. Tormey, *Art and Ambiguity* (Leonardo 16, 1983)  
 B. D'Amore, *Visual Art and Mathematics: Common characteristics of order* (Leonardo 14, 1981)  
 M. Bussagli, *Escher fra matematica, cristallografia e simbolismo* (ArteDossier, 2004)  
 F. Brevi, *Tecniche di Rappresentazione per il Disegno Industriale: il tradizionale e il virtuale* (Disegno Digitale & Design 5, 2003)

### Internet

- J. L. Martinez, *Fractal.nfo* (<http://www.fractovia.org/faq2.html>)  
 N. Giffin, *Spanky Fractal Database* (<http://spanky.triumf.ca>)  
 P. Bourke, *Terrain modelling* (<http://astronomy.swin.edu.au/pbourke/terrain/>)  
 P. Bourke, *Frequency Synthesis of Landscapes* (<http://astronomy.swin.edu.au/pbourke/terrain/freqland/>)  
 P. Martz, *Generating Random Fractal Terrain* (<http://www.gameprogrammer.com/fractal.html>)  
 K. Musgrave, *Building Fractal Planets* (<http://www.wizardnet.com/musgrave/article.html>)  
 G. Lystad, *Fractals in higher dimensions* (<http://www.lystad.us/fractals/docfiles/higher-dimensions.html>)  
 A. Bogomolny, *Fractal Curves and Dimension* ([http://www.cut-the-knot.com/do\\_you\\_know/](http://www.cut-the-knot.com/do_you_know/))  
 J. P. Louvet, *Fractal dimension* ([http://fractals.iut.u-bordeaux1.fr/jpl/dimension\\_a.html](http://fractals.iut.u-bordeaux1.fr/jpl/dimension_a.html))  
 E. Jorgensen, *Generating Terrain* (<http://www.geocities.com/Area51/6902/terrain.html>)  
 R. P. Munafo, *Mu-Ency - Encyclopedia of the Mandelbrot Set* (<http://www.mrob.com/pub/muency.html>)  
 E. Demidov, *M-set Anatomy Contents* (<http://www.people.nnov.ru/fractal/MSet/Contents.htm>)  
 P. Derbyshire, *Quick Guide to Mandelbrot Set* (<http://www.globalserve.net/~derbyshire/manguide.html>)  
 F. Gil, *How-to Mandelbrot* (<http://home.hia.no/~fgill/mandel.html>)  
 I. Kullberg, *Cubic Polynomial Maths Faq* (<http://user.tninet.se/~cim027f/CubTut/cubicut.html>)  
 J.P. Louvet, *The colours of fractals* (<http://fractals.iut.u-bordeaux1.fr/jpl/colors.html>)

- D. Jones Fractalus, *Anti-aliasing and fractals* (<http://www.fractalus.com/info/antialias.htm>)  
 R. Thomson, *What is Aliasing* (<http://fractals.iuta.u-bordeaux.fr/sci-faq/aliasing.txt>)

### Varie

- Skal's 3D-fractals collection* ([http://skal.planet-d.net/quat/f\\_gal.html](http://skal.planet-d.net/quat/f_gal.html))  
*Fractal Vibes* (<http://www.fractal-vibes.com>)  
*Organised Chaos* (<http://www.organised-chaos.org/>)  
*Dirk's 3D-Fractal-Homepage* ([http://www.physcip.uni-stuttgart.de/phy11733/index\\_e.html](http://www.physcip.uni-stuttgart.de/phy11733/index_e.html))  
*Infinite Fractal Loop* (<http://www.fractalus.com/ifl/>)

### Animazioni

- <http://buh.sj.ca.us/fractals/>  
<http://members.aol.com/lukeplant/fractals/anim.html>  
<http://members.aol.com/RBarn0001/>  
<http://soma.tvk.rwth-aachen.de/PhatFractal/>  
<http://web.cnam.fr/fractals.html>  
<http://www.crosswinds.net/athens/~jgal/Fractals.html>  
<http://www.cygnus-software.com/fxmplugin/>  
<http://www.fractalmovies.com/>  
<http://www.geocities.com/SoHo/Museum/2621/>  
<http://www.iglobal.net/lystad/fractal-top.html>  
<http://www.metaverse-portal.com/>  
<http://www.netmonkey.com/shlep/hop/>  
<http://www.organised-chaos.com/>  
<http://www.oz.net/~alden/animfrac/animfrac.html>  
<http://www.phatfractal.com/>  
<http://www.runetek.com/>  
<http://zadig.cnam.fr/fractals.html>

### Documentari

- <http://home.bc.rogers.wave.ca/kvdoel/mandelmovie.html>  
<http://fractal.mta.ca/fractals/kvdoel/mandelmovie.html>  
<http://www.artmatrix.com/mj.html>  
<http://www.cnam.fr/fractals/anim.html>  
<http://www.activetools.com/examples/movie/movie.html>  
*The Alphabet of Shapes: Benoît Mandelbrot and Fractal Geometry* (35min.)  
*Clouds Are Not Spheres: The Fractal Theory of Benoît Mandelbrot* (24 min.)  
*Fractals: An Animated Discussion* (W.H. Freeman, 63 min., 1990)  
*Mathematics and Nature* (23 min.)  
*Chaos Made to Order* (Bourbaki Inc., Boise - Idaho, 30 min., 1991)  
*Mathematics for Lovers: Mandelbrot Sets and Julia Sets* (Art Matrix, Ithaca - New York, 120 min., 1990)  
*Life Dance of the Julias* (Media Magic, Nicasio - California)  
*Fractal Explorations* (Media Magic, Nicasio - California)  
*Fractal Fantasy* (Media Magic, Nicasio - California)  
*Fractals: The Colors of Infinity* (Newbridge Communications, 52 min., Seattle Public Network: PBS - Channel 9, [http://www.channel9store.com/video\\_&\\_dvd.htm](http://www.channel9store.com/video_&_dvd.htm), 1997)

## Elenco delle immagini

### Copertina

Five elements logo - wet.graphique (2005)

### Parte Prima

Cristallo di ghiaccio

#### Cap. I

Mandelbrot set

Cantor dust

Sierpinski triangle

Von Koch curve

Zoom on Mandelbrot set & Julia set variations

Benoit Mandelbrot

Gaston Julia

#### Cap. II

Sierpinski carpet

Piano complesso

Mandelbrot set

Julia set

Mappa di Henon

Attrattore strano di Lorenz

Piano di fase

Ciclo limite e punto singolare

Iterazione con punto che converge all'interno dell'insieme

Iterazione con punto che diverge all'esterno dell'insieme

Insieme di Julia connesso

Insieme di Julia non connesso

#### Cap. III

Spirale semplice, equiangola spezzata, logaritmica

Albero di Pitagora

Albero di Pitagora asimmetrico e sua costruzione

Felce frattale

Cespuglio frattale

Crateri lunari

Terminazioni nervose

Calco dei vasi sanguigni di un cuore

Arterie e vene nelle loro diverse dimensioni e diramazioni

Situazione caotica in elettrocardiogrammi a diverse scale temporali

Rappresentazione nello spazio delle fasi del battito cardiaco: ritmo normale, tachicardia parossistica, fibrillazione ventricolare

Intestino e villi intestinali

Bronchi e bronchioli

Quercia frattale

### Parte Seconda

Quattro solidi regolari platonici - Maurits Cornelis Escher (1961)

#### Cap. IV

Vegetazione frattale

Accademia II - #0/17 - wet.graphique (1998 - 2001)

Accademia I - #17/19 - wet.graphics (1998)

#2/13 - Funky Dope - per 17"skillz pro skateboarding - wet.graphique (2004)

Russkij - per 17"skillz pro skateboarding - wet.graphique (2004)

Ogni viaggio inizia sempre con un passo - wet.graphique (2002)

La passione ci accomuna, ma lo stile ci allontana - wet.graphique (2000 - 2001)

#1/7 - Hands series - wet.graphics (2001)

Femme diabolique - parte seconda - wet.graphique (2002)

Femme diabolique - parte prima - wet.graphics (2000)

èlle - wet.graphics (1999 - 2004)

Colàge Industrial :: - wet.graphique (2005)

Veni, Vidi, Vici - wet.graphics (2000)

vu-doppia starts:here - 1995/2004 - wet.graphics (2004)

Money makes the world go round - per 17"skill.pro skateboarding - wet.graphique (2004)

be.careful - wet.graphique (2003)

Siccome tu metti la croce al contrario... - per haethernal skateboarding - wet.graphique (2004)

#73/75 - w/metamorphose\_box - 1982/2003 - wet.graphics (2003)

#35/35 - Tour Eiffel, 20:00pm - Q\_paris - wet.graphics (2003)

#15/33 - Rusted World - wet.graphics (2005)

#1/75 - w/metamorphose\_box - 1982/2003 - wet.graphics (2003)

#1/100 \* - amo le nuvolette - wet.graphique (2004)

Forme uniche nella continuità nello spazio - Umberto Boccioni (1913)

La città che sale - Umberto Boccioni (1910 - 1911)

La strada che entra nella casa - Umberto Boccioni (1911)

Moments Before Inspiration - wet.graphics (1998)

w.graphique logo - wet.graphique (2003)

#### Cap. V

Ciclo - Maurits Cornelis Escher (1938)

Alto & basso - Maurits Cornelis Escher (1947)

Ordine & caos - Maurits Cornelis Escher (1950)

Rettili - Maurits Cornelis Escher (1943)

Tre piani intersecantisi - Maurits Cornelis Escher (1952)

Limite del cerchio III & I - Maurits Cornelis Escher (1959)

Limite del quadrato - Maurits Cornelis Escher (1964)

Nastro di Moebius II - Maurits Cornelis Escher (1958)

Galleria di stampe - Maurits Cornelis Escher (1967)

Cubo con nastri magici - Maurits Cornelis Escher (1957)

Cascata - Maurits Cornelis Escher (1963)

Drawing hands - Maurits Cornelis Escher (1969)

Fish & scales - Maurits Cornelis Escher (1968)

Cathedral - Jackson Pollock (1947)

Shadow spirits of the forest - Mark Tobey (1961)

**Parte Terza**

Albero di Pitagora con ramificazioni casuali

**Cap. VI**

Illuminazione del libro celtico di Kell / Conchiglia / Cattedrale gotica di Ely nel Regno Unito

Esempi di strutture frattali riscontrabili in natura:

Cavolo

Felce

Piani di scistosità della mica

Cavolfiore romanesco

Fumo

Eruzione di un vulcano

Crepe nel terreno

Vetro rotto

**Cap. VII - Tavole da 1 a 30****1 - Eadem mutata resurgo**

Spirale logaritmica / Conchiglia del Nautilus & vite destrorsa / Mollusco

Capitello dorico / Disposizione e proporzione geometrica della pigna / Pigna / Corno di un montone

Nebulosa a spirale / Scale a chiocciola / Spirale logaritmica / Meccanismo per rochetti Singer

Corna caprine / Corna di stambecco / Girasole

Cavolfiore romanesco

**2 - Creating fractal planets**

Successione dei risultati delle varie iterazioni

Senza offset casuale il pianeta è inversamente simmetrico nei due emisferi

Pianeta ottenuto utilizzando l'offset

**3 - Creating fractal terrain**

Schematizzazione della suddivisione e perturbazione verticale

Terreno ottenuto dopo cinque iterazioni

Wireframe con colorazione da mappa altimetrica

**4 - Nature4rows**

Arbusto / Bolle

Cristalli di ghiaccio / Rami / Albero innervato / Muschio

Rocce / Ghiaccio / Corteccia / Tessuto

Alberi / Ceneri

**5/10 - Maurits Cornelius Escher Mindscapes**

Reflecting

Metamorphose II / Scala di Patterns / Autoritratto allo specchio II

Four regular solids / Alahambra / Fish & Scales

Sun & Moon / Smaller & Smaller / Regular Decision

Pattern lucertole / Snakes / Verbum

Pattern rettili / Metamorfosi di patterns / Solido platonico: dodecaedro: Tin Tetprint

Inviluppo geometrico di un solido platonico / Pattern scarabeo #91 / Quaderno con schizzi dall'Alahambra

Development II / Piano di distorsione per Galleria di incisioni / Tile pattern #88

Disegno preparatorio per Cavalieri / Quaderno con suddivisioni del piano tramite poligoni regolari / Divisione cubica dello spazio

Pattern Oche per Day & Night / Quaderno con schizzi di suddivisioni del piano tramite poligoni irregolari / Pattern pesci #20

Symmetry work #45 / Circe Limit III / Symmetry work uccelli

Divisione regolare del piano con farfalle / Pesci a barche / Symmetry work

Pattern pesci / Symmetry work #94 / Development I

Symmetry work #92 / Cycle / Depth (Profondità)

**Appendice**

Attrattore di Lorenz e suo ingrandimento

Piramide di Sierpinski e sua iterazione

Koch's island

Feigenbaum's logistic equation

Fudgeflake

Gosper's island

Koch's anti-snowflake

Levy's tapestry

Megner's sponge

Alberi frattali

Attrattore quadratico

Attrattore strano

Curva del drago

Fractal landscapes

Quaternione

Anti-Aliased image vs Non Anti-Aliased image of a fractal

**Geometria descrittiva**

Piante, sezioni, proiezioni, suddivisione in forme geometriche elementari

Modelling & Rendering: pose, suddivisione in poligoni, vincoli per i movimenti

Display styles: silhouette, outline, lit wireframe, flat shaded, cartoon, smooth lined

Anti-aliasing e rendering: mappe applicate per trasparenza, riflessione, trama e rilievo

#85/155 - studio per Accademia II - wet.graphics (1998)

**Rorschach**

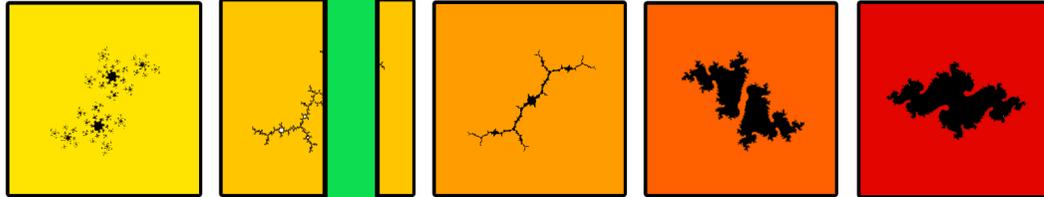
Contorni delle 10 tavole di Rorschach

Hermann Rorschach e la sua firma

Visione d'insieme delle 10 tavole

Doc administering the test - wet.graphics (2005)

marco.infussi  
aprile.duemila.cinque  
per diciassette.stili.nelle.mani.autoproduzioni



lectures  
v3.57

frakt.

arte  
matematica  
natura